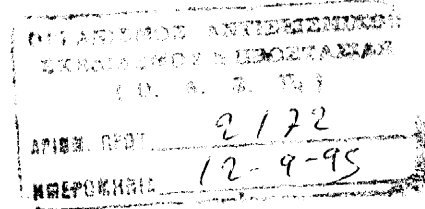


**Οργανισμός Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας (ΟΑΣΠ)**

**Έρευνα στα πλαίσια του "Συντονισμένου Προγράμματος Εφαρμοσμένης Έρευνας στις Επιστημονικές Περιοχές του Αντισεισμικού Σχεδιασμού και της Πρόγνωσης των Σεισμών"**



**Ερευνητικό έργο:**

**"Μελέτη πρόδρομων παραμορφώσεων του φλοιού της γης με γεωδαιτικές και άλλες μεθόδους (περιοχή Θεσσαλίας)"**

**ΤΕΛΙΚΗ ΕΚΘΕΣΗ**

**Επιστημονικός υπεύθυνος**

**Ηλίας Ν. Τζιαθός  
Αναπλ. καθηγητής ΑΠΘ**

**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1995**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	σελίδα
A' φάση της έρευνας	3
1. Εισαγωγικά σχόλια	3
2. Σκοπός του ερευνητικού προγράμματος-Αντικείμενο μελέτης	4
3. Εκτέλεση του ερευνητικού προγράμματος-Πραγματοποιηθείσα εργασία στην A' φάση	4
4. Ξυνέχιση του ερευνητικού έργου	6
5. Συμπεράσματα A' φάσης	6
6. Βιβλιογραφία	7
B' φάση του έργου	10
Αλγόριθμος-Μετρικοί τανυστές και τανυστές ελαστικής τάσης	11
Ο μετρικός τανυστής του γεωειδούς	12
Απεικόνιση και τανυστής του γεωειδούς	14
Υπολογισμοί παραμέτρων	15
Υπολογισμοί των στοιχείων του τανυστή παραμόρφωσης	16
Πρακτική εφαρμογή στην περιοχή της Θεσσαλίας	19
Συμπεράσματα-Προτάσεις	21
Βιβλιογραφία	22
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	31

## Α' ΦΑΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

### **2. Σκοπός του Ερευνητικού Προγράμματος - Αντικείμενο μελέτης**

Σκοπός του ερευνητικού αυτού προγράμματος είναι η μελέτη ορισμένων στοιχείων του τανυστή παραμόρφωσης, όπως η διασταλτικότητα, η διατμητική τάση, το αζιμούθιο της μέγιστης διατμητικής τάσης, η μέγιστη παραμόρφωση μέσω κάποιας έλλειψης, είναι δυνατόν να δώσουν σημαντικές πληροφορίες για τις μεταβολές του στερεού φλοιού της γης και να συμβάλουν στην κατανόηση του μηχανισμού δημιουργίας των σεισμών και στην ευρύτερη προσπάθεια πρόγνωσης αυτών.

Επειδή η μελέτη των δυναμικών παραμέτρων του τανυστή παραμόρφωσης σχετίζεται άμεσα με τις δευτερες παραγώγους του δυναμικού βαρύτητας, είναι εύκολο να υπολογισθούν συσχετίσεις ανάμεσα στις παραμέτρους του τανυστή και τις δευτερες παραγώγους του δυναμικού βαρύτητας, ή των υψομέτρων του γεωειδούς, ή των ανωμαλιών της πυκνότητας της λιθόσφαιρας. Η διαχρονική μελέτη των συσχετίσεων αυτών μπορεί να οδηγήσει στον προσδιορισμό μεταβολών του στερεού φλοιού της γης και άλλων γεωδαιτικών και γεωφυσικών φαινομένων.

Η εφαρμογή της μελέτης που περιγράφηκε με συντομία προηγουμένως, μπορεί να καλύψει τοπικής ή περιφερειακής κλίμακας φαινόμενα. Στο συγκεκριμένο ερευνητικό πρόγραμμα θα εφαρμοστεί στην περιοχή της Θεσσαλίας, που παρουσιάζει έντονο γεωλογικό και γεωφυσικό ενδιαφέρον με αξιοσημείωτη σεισμική δραστηριότητα, με αναφορές και συσχετίσεις στην ευρύτερη περιοχή του ελληνικού χώρου, που παρουσιάζει έντονο γεωδυναμικό ενδιαφέρον λόγω του γνωστού ελληνικού τόξου και της γειτνίασης των τεκτονικών πλακών στη νότια περιοχή της Κρήτης. Με βάση υπολογισμούς των διακυμάνσεων του γεωειδούς γίνονται εκτιμήσεις για τις παραμέτρους του τανυστή παραμόρφωσης, προσεγγίζεται το πεδίο βαρύτητας, υπολογίζονται οι δευτερες παράγωγοί του και καταβάλεται προσπάθεια συσχέτισης και ερμηνείας των διαφορετικής προέλευσης γεωδυναμικών μεγεθών.

### **3. Εκτέλεση του Ερευνητικού Προγράμματος - Πραγματοποιηθείσα εργασία στην Α' Φάση**

Στη συνέχεια περιγράφεται η επιστημονική εργασία που έχει πραγματοποιηθεί στα πλαίσια του ερευνητικού αυτού προγράμματος. Η μέχρι τώρα πραγματοποιηθείσα επιστημονική εργασία κατανέμεται σε δύο φάσεις.

Στην πρώτη φάση έγινε μελέτη των γεωλογικών, γεωτεκτονικών, γεωδαιτικών, γεωφυσικών και γεωδυναμικών χαρακτηριστικών της υπό μελέτη περιοχής και του ευρύτερου ελληνικού χώρου. Ορισμένα από τα χαρακτηριστικά αυτά για την ευρύτερη περιοχή αναπαρίστανται στα σχήματα 1, 2, 3 και 4. Συγκεντρώθηκε σημαντικό βιβλιογραφικό υλικό και διάφορα γεωδυναμικά μοντέλα με τη μορφή συντελεστών σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων για την αναπαράσταση του γεωειδούς και άλλων παρεμέτρων σχετικών με το πεδίο βαρύτητας. Η επιλογή του γεωδυναμικού μοντέλου που προσεγγίζει με το βέλτιστο τρόπο τα χαρακτηριστικά του πεδίου βαρύτητας στην περιοχή έχει ήδη γίνει μεταξύ 5 τέτοιων μοντέλων (OSU80, OSU91A, GRIM3, GEMT1, IfE83) πλήρη σε βαθμό και τάξη ανάπτυξης 360 (βλ., π.χ., Τζιανος 1993). Η επιλογή αυτή βασίστηκε σε λεπτομερή στατιστική ανάλυση των διαφορών που προέκυψαν ανάμεσα σε τιμές της ανωμαλίας της βαρύτητας και σε υψόμετρα του γεωειδούς που υπολογίστηκαν από τα γεωδυναμικά μοντέλα και σε αντίστοιχες

παρατηρηθείσες τιμές. Τα καλύτερα στατιστικά αποτελέσματα, αναφορικά με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τη σταθερή απόκλιση των διαφορών, παρουσίασε το μοντέλο OSU91A και για το λόγο αυτό αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί και στη μελλοντική ανάλυση στην περιοχή μελέτης. Η ανάπτυξη των γεωδυναμικών μοντέλων σε τιμές ανωμαλιών βαρύτητας, υψομέτρων του γεωειδούς και διαταραχών βαρύτητας έγινε με βάση ειδικά λογισμικά που προϋπήρχαν και τροποποιήθηκαν κατάλληλα και ορισμένα άλλα που ετοιμάστηκαν για πρώτη φορά στα πλαίσια του παρόντος ερευνητικού έργου.

Επίσης έχουν συγκεντρωθεί και υψόμετρα γεωειδούς από λεπτομερείς λύσεις τοπικού χαρακτήρα (Τζιαβός 1984, Τζιαβός 1987), τα οποία θα αξιολογηθούν σε συγκριτικού χαρακτήρα μελέτες με τα αντίστοιχα υψόμετρα από τα γεωδυναμικά μοντέλα. Οι υψηλές συχνότητες των λύσεων για τις λύσεις γεωειδούς τοπικού χαρακτήρα αντανακλούν πιστότερα τις κατανομές πυκνότητας των ανώτερων στρωμάτων του στερεού φλοιού της γης. Αυτές οι συνιστώσες των υψομέτρων του γεωειδούς μπορεί να απομονωθούν και να υπολογιστούν σε συνάρτηση με τις κατανομές πυκνότητας. Επίσης, οι ίδιες συχνότητες μπορεί να συσχετισθούν με βάθη αντιστάθμισης, βάθη Moho και άλλες χαρακτηριστικές γεωφυσικές και δυναμικές παραμέτρους (βλ., π.χ., Fotiou et al. 1988, Livieratos and Tziavos 1991, Dermanis et al. 1992).

Στη δεύτερη φάση του πρώτου σταδίου του ερευνητικού έργου έγινε η θεωρητική τεκμηρίωση της μεθόδου μελέτης των παραμέτρων των ανωμαλιών που συνδέονται με το δυναμικό βαρύτητας (συνιστώσες διατμητικής τάσης, διασταλτικότητας, ενέργειας, κ.λπ.) μέσω του μετρικού τανυστή παραμόρφωσης. Έχουν διαμορφωθεί όλες οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων του δυναμικού σύμφωνα με αλγορίθμους της διαφορικής γεωμετρίας και της ελαστικής θεωρίας των παραμορφώσεων. Όλες οι μαθηματικές εκφράσεις βασίζονται στις σχέσεις που υφίστανται ανάμεσα στις ανωμαλίες του δυναμικού και τη γεωμετρία του γεωειδούς που υπακούει στο μοντέλο απεικόνισης κατά Helmert. Μέσω του μοντέλου αυτού σχετίζονται άμεσα οι υψηλές συχνότητες του γεωειδούς με τις κατανομές πυκνότητας και κατ' επέκταση με τις ανωμαλίες πυκνότητας των ανώτερων στρωμάτων του στερεού φλοιού της γης.

Ένα βασικό πρόβλημα στη δεύτερη φάση του πρώτου σταδίου του ερευνητικού προγράμματος ήταν η επιλογή της διακριτικής ικανότητας των αναπαραστάσεων των διαφόρων συνιστωσών του μετρικού τανυστή παραμόρφωσης. Η διακριτική ικανότητα αναπαράστασης των πεδίων αυτών εξαρτάται άμεσα από δύο παράγοντες: α) Τη διακριτική ικανότητα του χρησιμοποιούμενου γεωδυναμικού μοντέλου, που είναι συνάρτηση του βαθμού ανάπτυξης (στη συγκεκριμένη περίπτωση 360) και β) τα κυρίαρχα γεωλογικά και γεωδυναμικά χαρακτηριστικά της περιοχής μελέτης. Η επιλογή του γεωδυναμικού μοντέλου σχολιάστηκε προηγουμένως. Τα γεωλογικά χαρακτηριστικά της περιοχής μελετήθηκαν από γεωλογικούς και γεωδυναμικούς χάρτες τόσο της περιοχής μελέτης όσο και της ευρύτερης περιοχής. Επίσης έγιναν και επισκέψεις σε υπάρχοντα βαρυτημετρικά δίκτυα και εν γένει γεωδυναμικού χαρακτήρα δίκτυα σε άλλες περιοχές, όπως για παράδειγμα στη Χαλκιδική και στην ευρύτερη περιοχή της Κεντρικής Μακεδονίας, όπου έχουν πραγματοποιηθεί σχετικές γεωδαιτικές και γεωφυσικές έρευνες, ώστε να γίνει μία συγκριτική μελέτη των γεωδυναμικών χαρακτηριστικών της περιοχής με αντίστοιχα μεγέθη περιοχών με συγγενή χαρακτηριστικά. Οι μέχρι τώρα αναλύσεις των στοιχείων αυτών τείνουν στη χρησιμοποίηση αναπαραστάσεων για τις παραμέτρους του τανυστή παραμόρφωσης με διακριτική ικανότητα 3' ή 7', ενός υποπολλαπλασίου (κλάσματος) δηλαδή της διακριτικής ικανότητας του χρησιμοποιούμενου γεωδυναμικού μοντέλου OSU91A, που είναι ίση με 30'.

#### **4. Συνέχιση του ερευνητικού έργου**

Στο δεύτερο στάδιο του ερευνητικού έργου προβλέπεται να τελειοποιηθούν και σχολιασθούν κατάλληλα τα λογισμικά που ήδη ετοιμάσθηκαν στο πρώτο στάδιο εκπόνησης της μελέτης. Μέσω των λογισμικών αυτών θα υπολογισθούν όλα τα μεγέθη παραμόρφωσης και οι σχετικές παράγωγοι παράμετροι, π.χ., η διασταλτικότητα, η διατμητική τάση, το αζιμούθιο της μέγιστης διατμητικής τάσης, η μέγιστη παραμόρφωση μέσω κάποιας έλλειψης, κ.λπ. και θα χαρτογραφηθούν τόσο για τη συγκεκριμένη περιοχή ανάλυσης, όσο και για την ευρύτερη περιοχή.

Θα ακολουθήσει μία λεπτομερής μελέτη συσχέτισης όλων των μεγεθών παραμόρφωσης με γεωδαιτικά μεγέθη, π.χ., υψόμετρα γεωειδούς, ανωμαλίες βαρύτητας, με γεωφυσικά-γεωλογικά μεγέθη, π.χ., βάθη αντιστάθμισης, βάθη Moho και τέλος με γεωδυναμικά μεγέθη, π.χ., μοντέλα πυκνότητας.

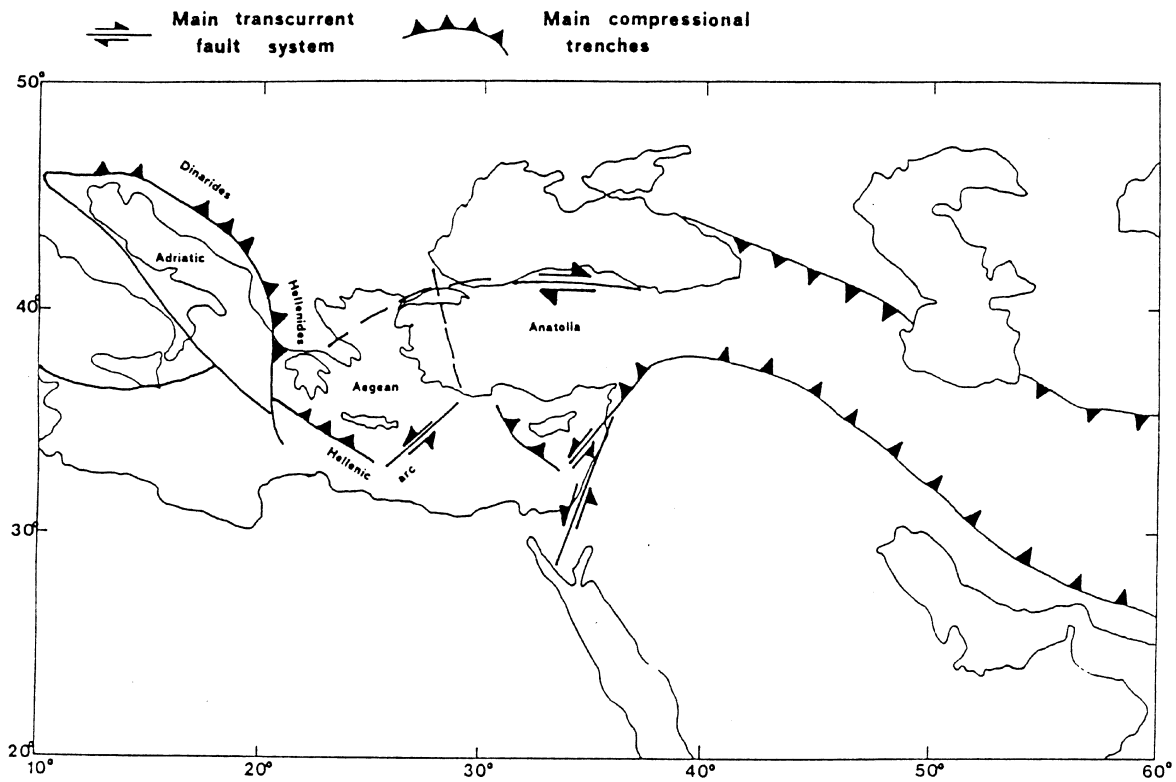
Θα καταβληθεί προσπάθεια ερμηνείας των αποτελεσμάτων συσχέτισης των ετερογενών μεγεθών μέσω παραμέτρων που συνδέουν βραχείας και μέσης κλίμακας μεταβολές του στερεού φλοιού της γης με παράγοντες και αίτια του μηχανισμού δημιουργίας των σεισμικών διεργασιών.

#### **5. Συμπεράσματα Α' φάσης**

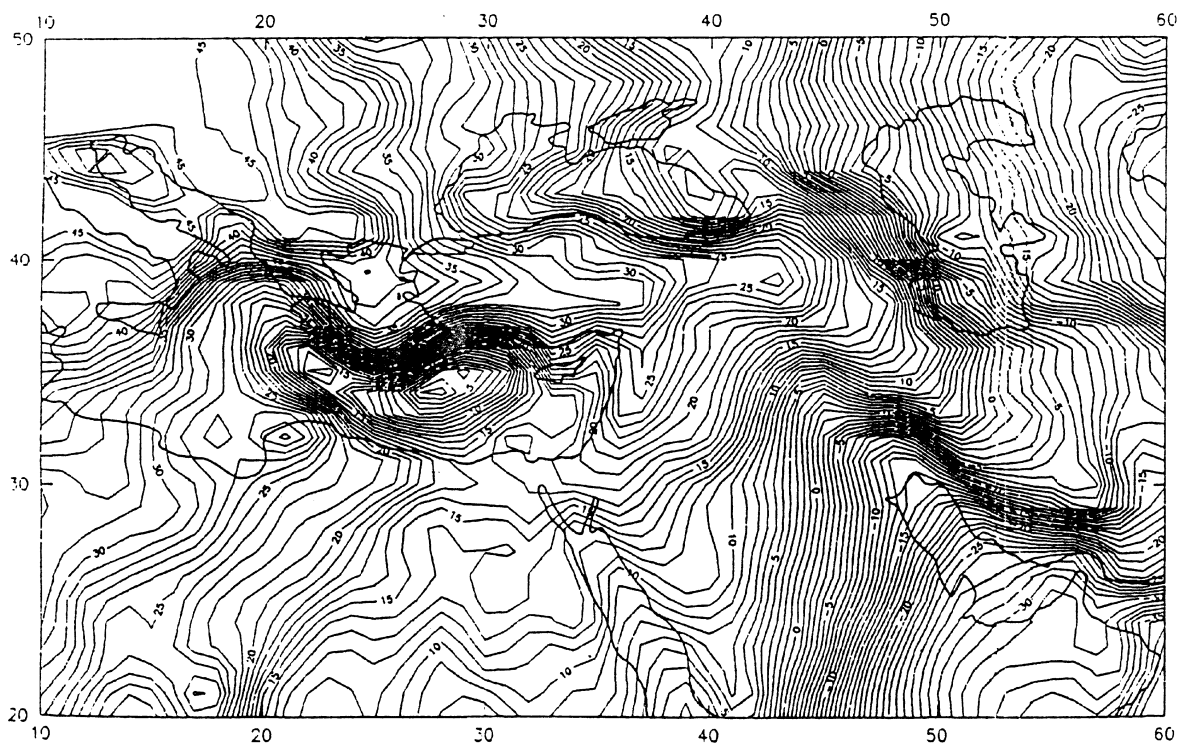
Η μέχρι τώρα πορεία της μελέτης κρίνεται απόλυτα ικανοποιητική τόσο από πλευράς συλλογής γεωτεκτονικών και άλλων στοιχείων, όσο και από απόψεως συγκέντρωσης του αναλόγου βιβλιογραφικού υλικού. Η θεωρητική τεκμηρίωση του προβλήματος κρίνεται ενδιαφέρουσα, ενώ διανοίγονται προοπτικές ευρύτερων αναζητήσεων μέσω ανάπτυξης μοντέλων εξομοίωσης για τις πυκνότητες της λιθόσφαιρας και σύγκρισης με μοντέλα προερχόμενα από γεωλογικές παρατηρήσεις.

Τα απαιτούμενα λογισμικά είναι ήδη έτοιμα και στο δεύτερο αυτό στάδιο προβλέπεται να γίνει μέσω αυτών το σύνολο της απαιτούμενης υπολογιστικής εργασίας.

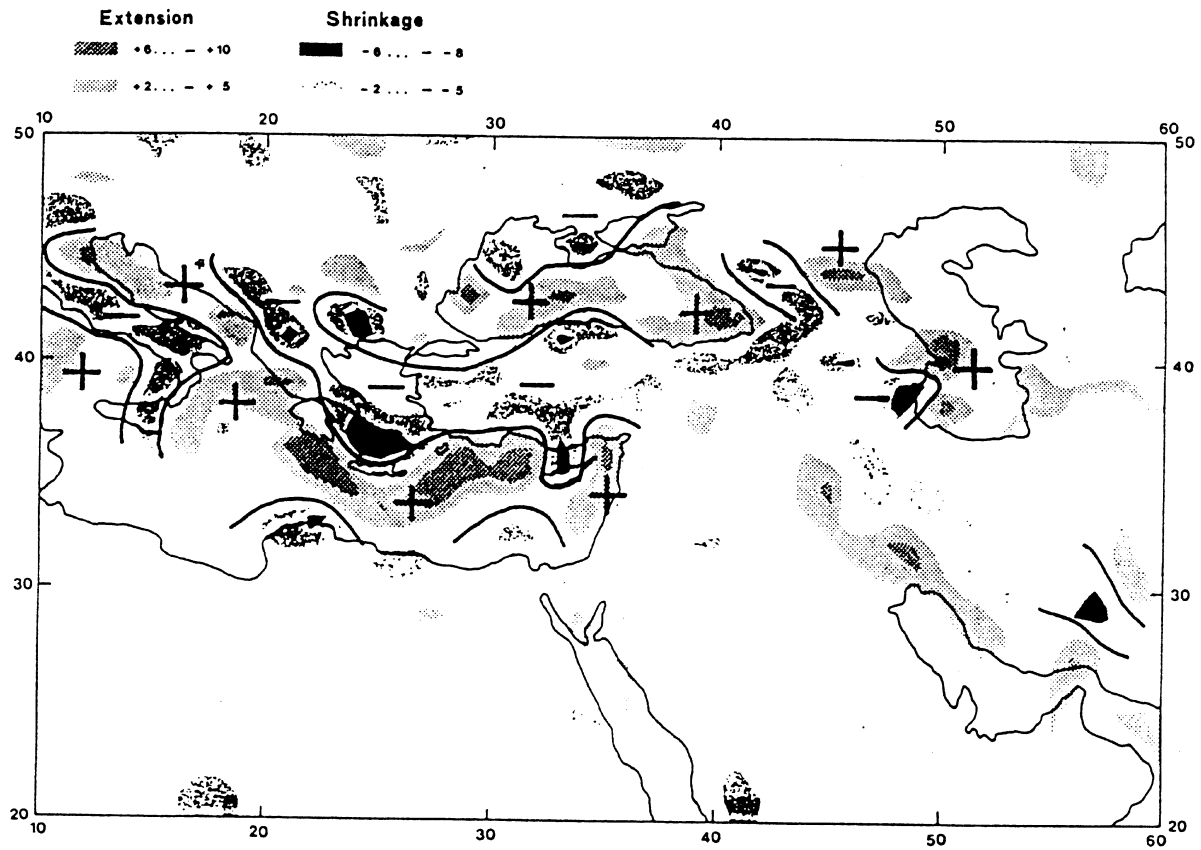
Η εργασία φαίνεται να παρουσιάζει ευρύτερο ενδιαφέρον για διαφόρους κλάδους των γεωεπιστημών, καθώς η εφαρμογή της θεωρίας παραμόρφωσης μέσω του αντιστοίχου μετρικού τανυστή εφαρμόζεται ευρύτατα τα τελευταία χρόνια σε μελέτες εξομοίωσης, αλλά και στην ανάλυση πρωτογενών παρατηρήσεων.



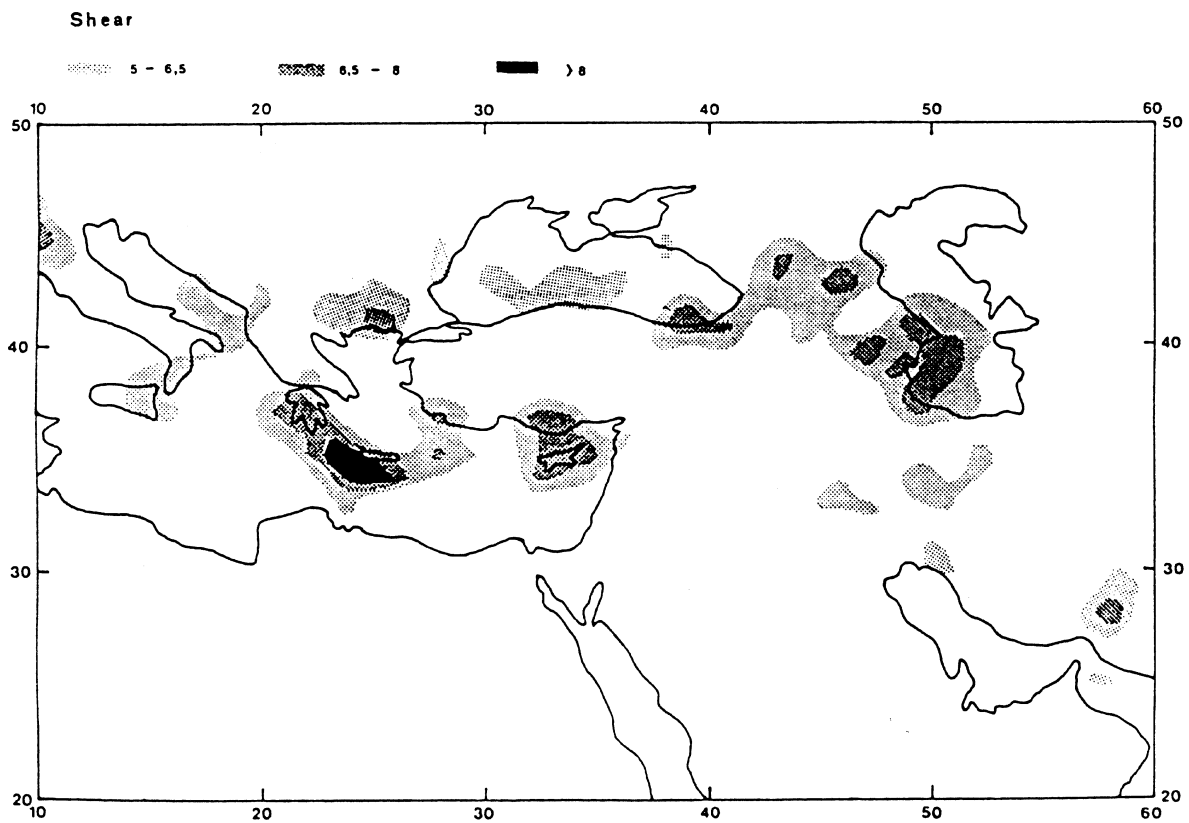
Σχ.1 Κύρια γεωτεκτονικά χαρακτηριστικά της ευρύτερης περιοχής.



Σχ.2 Γεωειδές για την ευρύτερη περιοχή από το γεωδυναμικό μοντέλο OSU81. Ισαριθμικές σε: m.



Σχ. 3 Ισοτροπική διατμητική τάση (επέκταση-συμπίεση) για την ευρύτερη περιοχή. Χωροπληθικές  $\times 10^{-3}$ .



Σχ. 4. Ανανισοτροπική διατμητική τάση για την ευρύτερη περιοχή. Χωροπληθικές  $\times 10^{-3}$ .

## 6. Βιβλιογραφία

- Baldi P. and I. Marson, 1981: Gravity and geodetic networks for the study of crustal deformations in seismic area (Ancona), *Bolletino di Geodesia e Scienze Affini*, vol. 40(3), pp. 189 - 196.
- Dermanis A. , A. Filaretou, E. Livieratos and I. N. Tziavos, 1992: Strain representation of the potential anomalies in the Eastern Mediterranean. *Manuscripta Geodaetica*,. vol. 17(5), pp. 164-173.
- Dermanis A. and E. Livieratos, 1983: Dilatation, shear, rotation and energy analysis of map projections. *Bolletino di Geodesia e Scienze Affini*, vol. 42(1), pp. 53-68.
- Fotiou A., E. Livieratos and I.N. Tziavos, 1988: The GRS-80 combined geoid for the Hellenic area and upper crust density anomalies corresponding to its high frequency representations. *Manuscripta Geodaetica*,. vol. 13(5), pp. 267-274.
- Livieratos E. and I. N. Tziavos, 1991: Correlation of the strain representation of the potential anomalies with the geoid. Presented at the 1st Int. Geoid Commission Symposium, Milano, Italy, May 11-13, *Proc.of IAG Symposia*, vol. 106, pp. 374-381, 1991.
- Livieratos E., 1978: On the error analysis of geodetically derived strains in seismic zones. *European Space Agency Special Report*, ESA SP 149, pp. 27 - 32.
- Livieratos E., 1980: Crustal deformation from geodetic measurements. *Boll. geofis. Teor. Appl.*, 22(88), 255 - 260.
- Livieratos E., 1987: Differential treatment of a gravity field feature: The strain interpretation of the global geoid. "Geodetic Theory and Methodology" (K.P. Schwarz ed.), XIX IUGG General Assembly, Vancouver.
- Τζιαβός Η.Ν., 1984: Μελέτη ετερογενών δεδομένων για τον προσδιορισμό του γεωειδούς με εφαρμογές στον ελληνικό χώρο. Διδακτορική διατριβή, Θεσσαλονίκη 1984.
- Tziavos I. N. , 1987: Determination of geoidal heights and deflections of the vertical for the Hellenic area using heterogeneous data. *Bull. Geod.*, vol. 61, 177-197.
- Tziavos I. N. , 1992: Numerical considerations of FFT methods in gravity field modelling. *Wiss. Arb. d. Fachr. Verm.wesen*, Univ. Hannover, Nr. xxx, Hannover, 1993.
- Tziavos I. N. 1990: The combination of GPS with inertial systems to geodetic applications. In Greek, presented at the *Symposium "The Rural and Surveying Engineer toward the year 2000. Evolutions, perspectives, possibilities"*, Thessaloniki, December 6-8, 1990.
- Tziavos I. N., Gravity field modelling using the fast Hartley transform, 1993: Presented at the *EGS XVIII General Assembly, Session G3 "The European Geoid Determination"*, Wiesbaden, 1993.
- Tziavos I. N., M. G. Sideris and K. P. Schwarz, 1991: A study of the contribution of various gravimetric data types on the estimation of gravity field parameters in the mountains. *Journal of Geophysical Research*, vol. 97(B6), pp. 8843-8852.
- Tziavos I. N. , 1992: Alternative numerical techniques for the efficient computation of terrain corrections and geoid undulations. Presented in the *First Continental Workshop for the Geoid in Europe "Towards a precise Pan-European geoid for the nineties"*, Prague, May 11-14, 1992.
- Vanicek P., K. Thapa and D. Schneider, 1981: The use of strain to identify incompatible observations and constraints in horizontal networks. *Manuscripta Geodaetica*, 6(3), pp. 257 - 281.



## Β' ΦΑΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ

### 1. Γενικά σχόλια - Θεωρητικό υπόβαθρο

Η χρήση των ανωμαλιών του δυναμικού μέσω της αναπαράστασης του γεωειδούς συνιστά το βασικό εργαλείο ενός πλήθους εφαρμογών όχι μόνο της γεωδαισίας αλλά και της γεωφυσικής. Ιδιαίτερα στη γεωφυσική, το γεωειδές δίνει αφυρμές για συζητήσεις σχετικές με την κατανομή των πυκνοτήτων στο εσωτερικό της γης, για υποθέσεις σχετικές με έντονα γεωλογικά χαρακτηριστικά, κ.λπ. Στην παρούσα έρευνα οι ανωμαλίες του δυναμικού, που συνδέονται άμεσα με το πεδίο βαρύτητας, παρουσιάζονται με ένα διαφορετικό τρόπο. Συγκεκριμένα, οι ανωμαλίες του δυναμικού εκφράζονται σε όρους διασταλτικότητας, ισοτροπικής και ανισοτροπικής διατμητικής τάσης, ενέργειας και άλλων παραμέτρων του πεδίου των ελαστικών παραμορφώσεων χρησιμοποιώντας μεθόδους της διαφορικής γεωμετρίας και ιδιαίτερα τον τανυστή ελαστικής παραμόρφωσης. Πρακτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται για την περιοχή της Θεσσαλίας και συσχετίζονται με γεωδυναμικές και σεισμικές παραμέτρους.

Η εμπλοκή των υψομέτρων του γεωειδούς σε γεωφυσικές εφαρμογές αποτελεί μία συνηθισμένη πρακτική, αφού έχει αποδειχθεί ότι οι ανωμαλίες του γεωειδούς συνδέονται άμεσα με ανωμαλίες πυκνοτήτων του εσωτερικού της γης (π.χ., Runcorn 1967, Turcotte and Schubert 1982, Gadomska and Teisseyre 1984). Η κλασική γεωμετρική αντιμετώπιση του γεωειδούς είναι ότι η επιφάνεια του δυναμικού  $W=W(\Lambda, \Phi)$  που διαχωρίζεται από την επιφάνεια του κανονικού δυναμικού  $U=U(\lambda, \varphi)$  μέσω των καθέτων, έχει ως αποτέλεσμα την ύπαρξη μιας αμφιμονοσήμαντης αντιστοιχίας ανάμεσα στα σημεία  $(\Lambda, \Phi)$  της επιφάνειας του γεωειδούς και τα σημεία  $(\lambda, \varphi)$  της κανονικής επιφάνειας (επιφάνεια μοντέλο). Οι  $\Lambda, \Phi$  είναι μη ορθογώνιες συντεταγμένες που συνδέονται με το γεωειδές (αστρονομικό μήκος και πλάτος), ενώ οι  $\lambda, \varphi$  είναι ορθογώνιες συντεταγμένες που αναφέρονται στην κανονική επιφάνεια. Τα μήκη των καθέτων από την επιφάνεια του γεωειδούς στην κανονική επιφάνεια είναι τα γνωστά υψόμετρα (διακυμάνσεις) του γεωειδούς. Μια σταθερή τεχνική για τον προσδιορισμό των υψομέτρων του γεωειδούς είναι η ανάπτυξη των δυναμικών ανωμαλιών  $W-U$  σε σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις. Οι ανωμαλίες αυτές όταν διαιρεθούν με τη βαρύτητα δίνουν τα υψόμετρα του γεωειδούς.

Για να δοθεί μία "υλική υπόσταση" στην προηγούμενη γεωμετρική ερμηνεία υποθέτουμε ότι διαθέτουμε μία ελαστική μεμβράνη (μοντέλο), με γνωστές ιδιότητες. Η μεμβράνη αυτή στη μη μεταβαλλόμενη καταστάσή της αντιστοιχεί με την επιφάνεια μοντέλο των δυναμικών ανωμαλιών που αναφέρθηκε προηγουμένως. Η παραμόρφωση της επιφάνειας-μοντέλου αποδίδει το γεωειδές. Ένα "υλικό" σημείο της μη μεταβαλλόμενης επιφάνειας απεικονίζεται στην ισοδύναμη παραμορφωμένη εκδοχή της σε κάποιο αντίστοιχο σημείο. Η απεικόνιση αυτή αντιστοιχεί σε μία παραμόρφωση στο χώρο, η οποία εκφράζεται σε όρους υψομέτρου του γεωειδούς. Εάν η προκαλούμενη τάση κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της παραμόρφωσης της ελαστικής μεμβράνης είναι γνωστή, τότε η παραγώμενη αντίστοιχη ενέργεια μπορεί να υπολογισθεί.

Η θεωρία των ελαστικών τάσεων και παραμορφώσεων μπορεί να εφαρμοσθεί και σε άλλα γεωδαιτικά προβλήματα, όπως είναι οι χαρτογραφικές απεικονίσεις (Dermanis and Livieratos 1983a, Dermanis and Livieratos 1983b). Επανερχόμενοι στην περίπτωση της ελαστικής μεμβράνης και στην απεικόνιση της επιφάνειας του γεωειδούς, είναι αναγκαίο να

αναφερθούν τα ακόλουθα δύο προβλήματα. Το πρώτο είναι η δυσκολία να ορισθεί μία αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία ανάμεσα στα άγνωστα σημεία της επιφάνειας του γεωειδούς και στα αντίστοιχα της κανονικής επιφάνειας-μοντέλου. Το δεύτερο πρόβλημα είναι ο περιορισμένος και "μη υλικός" χαρακτήρας των δυναμικών επιφανειών που εισάγεται στις περιπτώσεις αυτές. Το πρώτο πρόβλημα λύνεται με την χρησιμοποίηση των γνωστών γεωδαιτικών απεικονίσεων, δηλαδή των απεικονίσεων κατά μήκος της καθέτου προς την κανονική επιφάνεια (προβολή Helmert), αλλά και των ισοπαμετρικών απεικονίσεων που επίσης χρησιμοποιούνται ευρέως στη γεωδιατική βιβλιογραφία (Magussi 1974, Grafarend 1978, Bocchio 1979, Danas and Dermanis 1983, Dermanis et al. 1983, Bakker 1985, Dermanis and Livieratos 1984, Amalvict and Livieratos 1988). Το δεύτερο πρόβλημα μπορεί μόνο να προσεγγισθεί είτε με την εισαγωγή στην επιφάνεια-μοντέλο ελαστικών παραμέτρων, που να υπακούουν στην ιδανική περίπτωση της θεωρίας του Poisson (οι παράμετροι Lamé είναι μονάδες), είτε με την εισαγωγή ελαστικών παραμέτρων που να ανταποκρίνονται στις ιδιότητες του φλοιού της γης.

Ο τρόπος απεικόνισης των ανωμαλιών του δυναμικού μέσω μιας επιφάνειας που υπόκειται σε ελαστική τάση πραγματοποιείται με την χρησιμοποίηση "εργαλείων" της διαφορικής γεωμετρίας και της θεωρίας των παραμορφώσεων, συγκρίνοντας το μετρικό τανυστή των διαφορών της επιφάνειας του γεωειδούς και της αντίστοιχης κανονικής επιφάνειας-μοντέλου, που καταλήγει σε μία αμφιμονοσήμαντη αντιστοίχιση των θέσεων (σημείων) της επιφάνειας του γεωειδούς και των αντιστοιχών θέσεων της κανονικής επιφάνειας. Από το μετρικό τανυστή των διαφορών μπορεί να υπολογισθεί ο τανυστής των τάσεων που είναι συνάρτηση της βαρύτητας, των καμπυλοτήτων και άλλων παραμέτρων που συνδέονται με το πεδίο βαρύτητας. Από τον τανυστή των τάσεων εύκολα μπορεί να υπολογισθούν στη συνέχεια ποσότητες όπως η διασταλτικότητα, οι συνιστώσες της διατμητικής τάσης, η ενέργεια, κ.λπ., που είναι άμεσα συσχετισμένες με τα υψόμετρα του γεωειδούς, καθώς είναι συναρτήσεις των δευτέρων παραγώγων του δυναμικού βαρύτητας  $W$ . Η προαναφερθείσα διαδικασία έχει εφαρμοσθεί σε λύσεις παγκόσμιας κλίμακας (Livieratos 1991), όπου βρέθηκε πολύ καλή συμφωνία ανάμεσα στα ελαστικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας του γεωειδούς και τα γεωδυναμικά χαρακτηριστικά διαφόρων περιοχών.

## Αλγόριθμος - Μετρικοί τανυστές και τανυστές ελαστικής τάσης

Έστω δύο επιφάνειες με συστήματα καμπυλογράμμων συντεταγμένων

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u^1 \\ u^2 \end{bmatrix}; \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

και οι μετρικοί τανυστές των δύο επιφανειών  $G_u$ ,  $G_v$ , που συνδέονται με την επιλογή των συστημάτων συντεταγμένων. Αν υποθεθεί ότι υπάρχει αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των δύο επιφανειών

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{u}) \quad (2)$$

αυτη θα πρέπει να πληροί τους όρους του "ομοιομορφισμού". Κατά συνέπεια ο τανυστής ελαστικής τάσης  $\mathbf{S}$  δίνεται από τη σχέση (Dermanis and Livieratos 1983a)

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{G}_v - \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial v} \right)^T \mathbf{G}_u \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial v} \right) \right] \quad (3)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις συνιστώσες της ελαστικής τάσης προκύπτει η ακόλουθη σχέση

$$\mathbf{S} = \mathbf{K} \mathbf{S}' \mathbf{K} \quad (4)$$

όπου  $\mathbf{K}$  είναι ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία που αντιστοιχούν στις καμπυλότητες των γραμμών απεικόνισης. Αυτό είναι ενδιαφέρον, όταν οι συντεταγμένες δεν είναι όμοιες (π.χ., γραμμικές, γωνιακές). Καθώς η παρούσα εργασία αφορά χώρους 2-Δ, δηλαδή την επιφάνεια του γεωειδούς και την επιφάνεια του εκ περιστροφής ελλειψοειδούς αναφοράς, ο τανυστής τάσης αναπαρίσταται από ένα 2x2 συμμετρικό πίνακα

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

από τον οποίο οι αρχικές ποσότητες  $I_1(\mathbf{S})$  και  $I_2(\mathbf{S})$  μπορεί να υπολογισθούν

$$\begin{aligned} I_1(\mathbf{S}) &= \text{tr}(\mathbf{S}) \\ I_2(\mathbf{S}) &= \det(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (6)$$

Οι ζητούμενες παράμετροι τάσης προκύπτουν ως συναρτήσεις των  $I_1(\mathbf{S})$  και  $I_2(\mathbf{S})$ . Οι παράμετροι τάσης που χρησιμοποιούνται εδώ είναι οι ποσότητες

$$\begin{aligned} \Delta &= I_1(\mathbf{S}) = \text{tr}(\mathbf{S}) = S_{11} + S_{22} \\ \gamma^2 &= I_1(\mathbf{S})^2 - 4I_2(\mathbf{S}) = \text{tr}(\mathbf{S})^2 - 4\det(\mathbf{S}) \\ &= (S_{11} - S_{22})^2 + (2S_{12})^2 \end{aligned} \quad (7)$$

όπου  $\Delta$  παριστά το ιστροπικό μέρος της παραμόρφωσης, την μεταβολή ανά μονάδα επιφάνειας (θετική για επέκταση, αρνητική για συμπίεση) και  $\gamma$  είναι το ανιστροπικό ή κατά διεύθυνση μέρος της παραμόρφωσης, η τάση κατά μήκος της διεύθυνσης της μέγιστης τιμής της (πάντοτε θετική).

**Ο μετρικός τανυστής του γεωειδούς**

Η παραμετροποίηση της επιφάνειας του γεωειδούς ( $W$ =σταθερό) με το σύστημα των καμπυλογράμμων συντεταγμένων

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Lambda \\ \Phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

όπου  $\Lambda$ ,  $\Phi$  το αστρονομικό γεωγραφικό μήκος και πλάτος αντίστοιχα, οδηγεί στο μετρικό τανυστή του γεωειδούς (Dermanis and Livieratos 1983a)

$$\mathbf{G}_u = \frac{1}{k_G^2} \begin{bmatrix} (k_N^2 + t_E^2) \cos^2 \Phi & -(k_E + k_N) t_E \cos \Phi \\ -(k_E + k_N) t_E \cos \Phi & k_E^2 + t_E^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

όπου  $k_E, k_N$  είναι οι καμπυλότητες της επιφάνειας του γεωειδούς ως προς τις διευθύνσεις ανατολής και βορρά (αστρονομικού) αντίστοιχα,  $t_E$  είναι η στρέψη στη διεύθυνση της ανατολής,  $k_G$  είναι η καμπυλότητα Gauss (συνάρτηση των καμπυλοτήτων της επιφάνειας του γεωειδούς) και  $W$  είναι το σταθερό δυναμικό της επιφάνειας του γεωειδούς. Ισχύει

$$k_G = k_E k_N - t_E^2 \quad (10)$$

Είναι γνωστό από τη διαφορική γεωμετρία (Marussi 1949) ότι

$$\begin{aligned} k_E &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial E^2} \\ k_N &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial N^2} \\ t_E &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial E \partial N} \end{aligned} \quad (11)$$

όπου  $g$  είναι η βαρύτητα στα αντίστοιχα σημεία του γεωειδούς. Οι καμπυλότητες και η στρέψη του γεωειδούς είναι "ευαίσθητες" στη θέση των ανωμάτων μαζών, καθώς είναι συναρτήσεις των οριζοντίων παραγώγων του διαταρακτικού (ανώμαλου) δυναμικού.

Οι δεύτερες παράγωγοι του  $W$  σε σχέση με τις αστρονομικές διευθύνσεις ανατολής και βορρά είναι απλά οι βαθμίδες βαρύτητας τις επιφάνειας του γεωειδούς ως προς τις διευθύνσεις αυτές. Η καμπυλότητα του Gauss και οι μέσες καμπυλότητες του γεωειδούς έχουν κατά πρώτο αναλυθεί και χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση δορυφορικών τροχιών από τον Bursa (1973).

Ο μετρικός τανυστής του εκ περιστροφής ελλειψοειδούς αναφοράς,  $U$ =σταθερό, με παραμετροποίηση των καμπυλογράμμων συυντεταγμένων

$$v = \begin{bmatrix} \lambda \\ \phi \end{bmatrix} \quad (12)$$

όπου  $\lambda, \phi$  είναι το ελλειψοειδές μήκος και πλάτος αντίστοιχα, είναι διαγώνιος και έχει τη μορφή

$$G_v = M^2 N^2 \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \phi}{M^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{N^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N^2 \cos^2 \phi & 0 \\ 0 & M^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

όπου  $M, N$  είναι οι ακτίνες καμπυλότητας της μεσημβρινής τομής και της πρώτης καθέτου τομής στο ελλειψοειδές αναφοράς, αντίστοιχα.

### Απεικόνιση και τανυστής τάσης

Για τον υπολογισμό του τανυστή τάσης στο σημείο  $P$  του γεωειδούς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απεικόνιση που εισάγεται με την εξίσωση (2). Είναι γνωστό ότι η απεικόνιση ορίζει την παραμόρφωση σε 2-Δ ή 3-Δ. Το κρίσιμο ερώτημα δεν είναι αυτή η ίδια η απεικόνιση, αλλά ποια παραμόρφωση, που σχετίζεται με την απεικόνιση αυτή, παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Οι απεικονίσεις, που κατά κύριο λόγο χρησιμοποιούνται στη γεωδαισία, είναι δύο: η προβολή Helmert κατά μήκος της καθέτου των σημείων του γεωειδούς επάνω στην επιφάνεια-μοντέλο και η ισοπαραμετρική απεικόνιση  $\lambda=\Lambda, \phi=\Phi, U=W$ . Η πρώτη χαρακτηρίζεται από ελλειπές γεωμετρικό υπόβαθρο. Η δεύτερη παρουσιάζει μία άμεση φυσική σημασία καθώς συνδέεται με τις φυσικές συντεταγμένες του Marussi ( $\Lambda, \Phi, W$ ). Πρέπει να έχουμε υπόψη ότι στην εργασία αυτή το γεωειδές αντιμετωπίζεται ως μία πεπερασμένη επιφάνεια και εκείνο που έχει σημασία είναι η παραμόρφωση του πεδίου βαρύτητας μέσω του γεωειδούς. Η προαναφερθείσα παραμόρφωση θα μπορούσε να εκφρασθεί μέσω φυσικών συντεταγμένων, οι οποίες μάλιστα ανάγουν το πρόβλημα από 3-Δ σε 2-Δ μέσω των ισοδυναμικών επιφανειών (γεωειδές/ελλειψοειδές).

Η απεικόνιση Helmert είναι πολύ απλή, αλλά δεν έχει φυσική σημασία σε σχέση με τις συντεταγμένες που εισάγονται, καθώς ορίζεται μόνο γεωμετρικά ανεξάρτητα από το πεδίο βαρύτητας. Αυτός είναι ο λόγος που όταν χρησιμοποιείται η προβολή Helmert υπολογίζουμε γεωειδές που θεωρείται αποτέλεσμα μόνο της διασταλτικότητας και όχι των τάσεων πολλαπλασιάζοντας απλά τα υψόμετρα του γεωειδούς με το συντελεστή  $2/R$  (Dermanis et al., 1983, Livieratos 1987).

$$\Delta = 2 \frac{\zeta}{R} \quad (14)$$

όπου R είναι η μέση ακτίνα της γης.

Εισάγοντας την ισοπαραμετρική απεικόνιση των ισοδυναμικών επιφανειών  $U=\text{σταθερό}$ ,  $W=\text{σταθερό}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} \quad (15)$$

και επομένως  $\lambda=\Lambda$ ,  $\varphi=\Phi$ , η εξίσωση (3) καταλήγει να είναι η ημιδιαφορά των μετρικών τανυστών

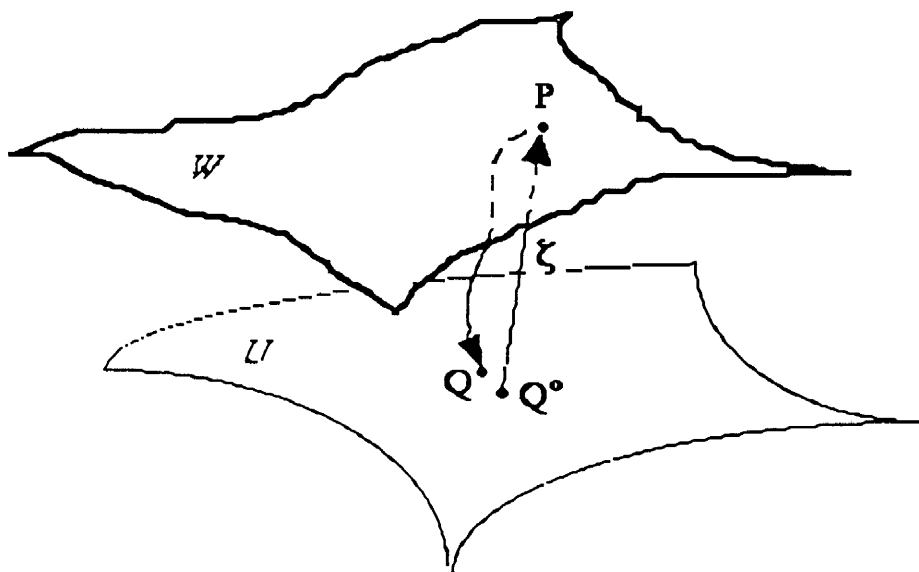
$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}[\mathbf{G}_v - \mathbf{G}_u] \quad (16)$$

Η 2x2 απεικόνιση της S που αναφέρεται στο εφαπτόμενο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο P δίνεται από τη σχέση (Dermanis and Livieratos 1983a):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{k_N^2 + t_E^2}{N^2 k_G^2} - 1 & -\frac{(k_E + k_N)}{k_G^2 MN} \\ -\frac{(k_E + k_N)}{k_G^2 MN} & \frac{k_E^2 + t_E^2}{M^2 k_G^2} - 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (16) και (7) οι παράμετροι τάσης  $\Delta$ ,  $\gamma$  μπορούν να προκύψουν, όταν οι ποσότητες που συνδέονται με το γεωειδές  $k_N, k_E, t_E$  είναι διαθέσιμες, σε σχέση με το τοπικό αστρονομικό σύστημα.

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ



Σχ.1 Απεικόνιση σημείων του γεωειδούς στην επιφάνεια-μοντέλο.

Αν και οι συντεταγμένες  $\lambda^0, \phi^0$ , στο σημείο  $Q^0$  στην επιφάνεια -μοντέλο είναι εύκολο να υπολογιστούν, οι αντίστοιχες συντεταγμένες  $\Lambda, \Phi$  στο σημείο  $P$  στο γεωειδές είναι άγνωστες (βλ. σχ. 1). Για να ορισθούν οι θέσεις των σημείων στο γεωειδές, όπου πρέπει να υπολογισθούν οι ποσότητες  $k_N, k_E, t_E$ , και η τιμή της βαρύτητας, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις τιμές των συντεταγμένων  $\Lambda, \Phi$ . Ορίζοντας αυτές τις συντεταγμένες, μπορεί να ορισθεί μία αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία ανάμεσα σ' αυτές και στις συντεταγμένες  $\lambda, \phi$  στην κανονική επιφάνεια. Για τους υπολογισμούς αυτούς είναι απαραίτητο να υπολογισθούν οι καμπυλότητες και η στρέψη σε σχέση με ένα γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει με διάφορους αλγόριθμους. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος που βασίζεται στον υπολογισμό των καμπυλοτήτων και της στρέψης του γεωειδούς σε σχέση με ένα τοπικό αστρονομικό σύστημα, το οποίο είναι απαραίτητο για την ανάλυση της παραμόρφωσης του γεωειδούς, που υπολογίζεται με το μοντέλο των σφαιρικών αρμονικών OSU91A (Rapp 1991) πλήρες σε βαθμό και τάξη 360. Για τον υπολογισμό των παραγώγων πρώτης και δεύτερης τάξης του δυναμικού βαρύτητας εισάγεται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος, του οποίου οι υπολογισμοί αναφέρονται σε γεωκεντρικό σύστημα (Tscherning 1976a, 1976b, Tscherning et al. 1983).

Έχοντας υπολογίσει τα υψόμετρα του γεωειδούς χρησιμοποιώντας το γεωδυναμικό μοντέλο, υπολογίζουμε τις καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου  $P$  επί του γεωειδούς από τις τιμές των  $\lambda^0, \phi^0$ . Στη συνέχεια υπολογίζονται οι γεωκεντρικές πολικές συντεταγμένες του σημείου  $P$  και κατόπιν οι πρώτες και δεύτερες μερικές παράγωγοι του γεωδυναμικού  $W$  σε σχέση με κάποιο "σχεδόν"-αστρονομικό σύστημα αναφοράς, χρησιμοποιώντας τα αθροίσματα Clenshaw (Tscherning and Pöder 1982). Στο επόμενο στάδιο υπολογίζονται εύκολα το αστρονομικό μήκος και πλάτος και η βαρύτητα στο σημείο  $P$ . Στη συνέχεια, έχοντας γνωστά όλα τα προηγούμενα στοιχεία, υπολογίζονται οι καμπυλότητες και η στρέψη του γεωειδούς μέσω των σχέσεων (11).

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΥ ΤΑΝΥΣΤΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

**βήμα 1**. Για τα σημεία  $Q^0$  της επιφάνειας του ελλειψοειδούς αναφοράς στο σύστημα GRS80 (Geodetic Reference System 1980) με γνωστές ελλειψοειδείς συντεταγμένες  $\lambda^0, \phi^0$  υπολογίζονται τα υψόμετρα του γεωειδούς  $\zeta(\lambda^0, \phi^0)$  χρησιμοποιώντας το γεωδυναμικό μοντέλο. Από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες  $\lambda^0, \phi^0, \zeta$  υπολογίζονται οι γεωκεντρικές καρτεσιανές συντεταγμένες  $x$  του σημείου  $P$  επί του γεωειδούς σύμφωνα με το μετασχηματισμό

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N^0 + \zeta) \cos \phi^0 \cos \lambda^0 \\ (N^0 + \zeta) \cos \phi^0 \sin \lambda^0 \\ [(1 - e^2)N^0 + \zeta] \sin \phi^0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

όπου  $e^2$  είναι η εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς του GRS80 και  $N^0$  η ακτίνα καμπυλότητας της πρώτης καθέτου τομής του ελλειψοειδούς στο σημείο  $\lambda^0$ ,  $\varphi^0$  του ελλειψοειδούς

**βήμα 2**. Χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες  $x$  του σημείου  $P$  υπολογίζουμε τις γεωκεντρικές πολικές συντεταγμένες  $\lambda'$ ,  $\varphi'$  από την εξίσωση

$$\lambda' = \lambda^0 : \varphi' = \arctan\left(\frac{z}{y}\right) \sin \lambda^0 \quad (19)$$

όπως επίσης και τον πίνακα στροφής  $R'$  από την εξίσωση

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}_2(90^\circ - \varphi') \mathbf{P} \mathbf{R}_3(\lambda') \quad (20)$$

όπου  $\mathbf{P}$  είναι ο πίνακας

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Ο πίνακας στροφής που δίνεται από την (20) συνδέει το γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς ( $\mathbf{x}$ ) με το αστρονομικό σύστημα αναφοράς  $\mathbf{x}'$ :  $x'$  είναι η διεύθυνση προς ανατολάς,  $y'$  η διεύθυνση του αστρονομικού βορρά και  $z'$  συμπληρώνει το τρισσορθόγωνιο σύστημα.

**βήμα 3**. Υπολογίζονται οι πρώτες και δεύτερες μερικές παράγωγοι του γεωδυναμικού  $W$  στο σημείο  $P$  σε σχέση με το σύστημα  $\mathbf{x}'$ , δηλαδή

$$\mathbf{g}' = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{x}'} ; \mathbf{B}' = \frac{\partial \mathbf{g}'}{\partial \mathbf{x}'} = \frac{\partial^2 W}{\partial \mathbf{x}'^2} \quad (22)$$

όπου  $\mathbf{g}'$  είναι ο  $3 \times 1$  πίνακας με τις συνιστώσες της βαρύτητας ως προς τις συντεταγμένες  $\mathbf{x}'$  (οι πρώτες παράγωγοι του  $W$ ) και  $\mathbf{B}'$  είναι ένας  $3 \times 3$  συμμετρικός πίνακας με τις βαθμίδες της βαρύτητας (δεύτερες παράγωγοι του  $W$ ) επίσης στο σύστημα  $\mathbf{x}'$ .

**βήμα 4**. Από την (22) προκύπτει

$$\mathbf{g} = \mathbf{R}'^T \mathbf{g}' = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{x}} \quad (23)$$

δηλαδή οι συνιστώσες του διανύσματος της βαρύτητας στο γεωκεντρικό σύστημα. Ομοίως ο μετασχηματισμός του  $\mathbf{B}'$  στο γεωκεντρικό σύστημα γίνεται ως εξής:

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}'^T \mathbf{B}' \mathbf{R}' \quad (24)$$



όπου **B** είναι ένας 3x3 πίνακας που περιλαμβάνει τις παραγώγους του γεωδυναμικού  $W$  ως προς ένα γεωκεντρικό σύστημα.

**βήμα 5**. Το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$ , το πλάτος  $\Phi$  και η βαρύτητα  $g$  κατά μέγεθος στο σημείο  $P$  υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις (Heiskanen and Moritz 1967)

$$\Lambda = \arctan \frac{\frac{\partial W}{\partial y}}{\frac{\partial W}{\partial x}}; \Phi = \arctan \frac{-\frac{\partial W}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2}}, \quad (25)$$

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2} \quad (26)$$

Έχοντας τα  $\Lambda$ ,  $\Phi$  στο  $P$  υπολογίζεται ο πίνακας στροφής

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{R}_1(90^\circ - \Phi) \mathbf{R}_3(90^\circ + \Lambda) \quad (27)$$

που συνδέει το γεωκεντρικό σύστημα με το τοπικό αστρονομικό.

**βήμα 6**. Οι πρώτες παράγωγοι του δυναμικού  $W$  στο σημείο  $P$  υπολογίζονται τώρα στο αστρονομικό σύστημα, από τη σχέση

$$\mathbf{g}^* = \mathbf{R}^* \mathbf{R}'^T \mathbf{g}' = \left[ \frac{\partial W}{\partial E} \quad \frac{\partial W}{\partial N} \quad \frac{\partial W}{\partial Z} \right]^T \quad (28)$$

καθώς επίσης και ο 3x3 συμμετρικός πίνακας Εότνος με τις δεύτερες παραγώγους του γεωδυναμικού  $W$  ως προς το αστρονομικό σύστημα

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{R}^* \mathbf{R}'^T \mathbf{B}' (\mathbf{R}^* \mathbf{R}'^T)^T \quad (29)$$

Αναλυτικότερα ο επαάνω αριστερά 2x2 υποπίνακας του γράφεται

$$E^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial E^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial E \partial N} & E_{13}^* \\ \frac{\partial^2 W}{\partial E \partial N} & \frac{\partial^2 W}{\partial N^2} & E_{23}^* \\ E_{13}^* & E_{23}^* & E_{33}^* \end{bmatrix} \quad (30)$$

Οι καμπυλότητες και η στρέψη της επιφάνειας του γεωειδούς στο σημείο P υπολογίζονται τώρα από τις σχέσεις (10), (11), (26) και (30) και στη συνέχεια υπολογίζεται ο τανυστής παραμόρφωσης του γεωειδούς από τη σχέση (9).

**βήμα 7**. Λόγω της ισοπαραμετρικής απεικόνισης οι ακτίνες M και N μπορεί να υπολογισθούν για το ελλειψοειδές του GRS80. Κατά συνέπεια ο μετρικός τανυστής του ελλειψοειδούς (13) υπολογίζεται εύκολα.

**βήμα 8**. Έχοντας τώρα στη διάθεσή μας όλες τις απαραίτητες παραμέτρους που απαιτούνται για τον υπολογισμό του τανυστή παραμόρφωσης (17) οι αντίστοιχες παράμετροι παραμόρφωσης είναι εύκολο να υπολογισθούν από τις εξισώσεις (7).

## ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Η μέθοδος προσδιορισμού των αναλλοιώτων παραμέτρων του τανυστή παραμόρφωσης και σχετικών μεγεθών που συνδέονται με το πεδίο βαρύτητας εφαρμόστηκε στην περιοχή της Θεσσαλίας. Η περιοχή μελέτης καλύπτεται από τα γεωγραφικά όρια  $38^\circ \leq \varphi \leq 41^\circ$ ,  $20^\circ \leq \lambda \leq 24^\circ$ . Η περιοχή αυτή καλύπτει και μία ευρύτερη της Θεσσαλίας ζώνη. Αυτό είναι αναπόφευκτο, επειδή για τη μελέτη των δυναμικών ανωμαλιών και ιδιαίτερα των αναλλοιώτων παραμέτρων του τανυστή παραμόρφωσης είναι απαραίτητο να έχουμε μία εκτενή σχετικά περιοχή.

Για την προαναφερθείσα λοιπόν περιοχή υπολογίσθηκε το ισότροπο μέρος της διατμητικής τάσης Δ (σχ. 2), η μέγιστη διατμητική τάση (σχ. 3), η παραγόμενη ενέργεια (σχ. 4), η κατανομή των τιμών της ακτίνας του Gauss (σχ. 5) και τα υψόμετρα του γεωειδούς (σχ. 6), όπως αυτά προκύπτουν από το γεωδυναμικό μοντέλο OSU91A. Από το σχήμα 2 του ισοτροπικού μέρους της διατμητικής τάσης προκύπτει μία έντονη συγκέντρωση αρνητικών τιμών κατά τη διεύθυνση ΒΑ προς ΝΔ από την περιοχή του Παγασητικού κόλπου προς την ευρύτερη περιοχή του Κορινθιακού και Πατραϊκού κόλπου. Στην ίδια περιοχή παρατηρείται ανάλογη συγκέντρωση θετικών τιμών του ανισοτροπικού μέρους της διατμητικής τάσης (σχ. 3), που επιβεβαιώνει τα κύρια στοιχεία της θεωρίας που εκτέθηκε προηγουμένως. Αντίστοιχα στην ίδια γεωγραφική περιοχή παρατηρούνται μεγάλες θετικές τιμές ενέργειας και ακτίνας του Gauss, καθώς επίσης και μεγάλες θετικές τιμές υψομέτρων του γεωειδούς (σχ. 4, 5, 6).

Είναι αξιωματικό ότι οι έντονες συγκεντρώσεις όλων των δυναμικών ανωμαλιών εκτείνονται ΒΑ προς τα νότια της Χαλκιδικής και την περιοχή του Αγίου όρους.

Η μελέτη της αναπαράστασης των προηγούμενων μεγεθών αποδεικνύει την ύπαρξη μεταξύ αυτών μιας πολύ ισχυρής συσχέτισης. Η συσχέτιση αυτή μελετήθηκε διεξοδικά για την ευρύτερη περιοχή του χώρου εφαρμογών στα πλαίσια της εργασίας "Correlation of strain representation of the potential anomalies with the geoid", Livieratos and Tziavos, 1991, που αναφέρεται στο παράρτημα Α. Στην εργασία αυτή μελετήθηκαν συσχετίσεις μεταξύ των υψομέτρων του γεωειδούς και της διασταλτικότητας και του ανισοτροπικού μέρους της διατημητικής τάσης. Οι συσχετίσεις αυτές υπερβαίνουν το 50% στο σύνολο σχεδόν των περιπτώσεων και επαληθεύουν και τα ευρήματα της παρούσης μελέτης.

Τα ευρήματα της εργασίας αυτής εξετάστηκαν και σε σχέση με σεισμικά αποτελέσματα που αναφέρονται στην ίδια περιοχή (Parazachos et al. 1993) και συνοψίζονται στα σχήματα 7 και 8, όπου δίνονται τα επίκεντρα καταγραφέντων σεισμών και μετασεισμικά φαινόμενα σε συνδυασμό με γεωλογικά χαρακτηριστικά αντίστοιχα. Και από τα αποτελέσματα των σεισμικών ερευνών παρατηρείται συγκέντρωση στην ίδια επικίνδυνη περιοχή σεισμικών επικέντρων, μετασεισμικών φαινομένων και γεωλογικών ιδιαιτεροτήτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα εύρη ορισμένων από τους καταγραφέντες σεισμούς ξεπερνούν το μέγεθος  $M > 6.5$  της κλίμακας Richter.

Η περιοχή η εκτεινόμενη από ΒΑ (Παγασητικός κόλπος) προς ΝΔ (περιοχή Κορινθιακού και Πατραϊκού κόλπου) και ανήκει στην ευρύτερη περιοχή μελέτης εμφανίζει πολύ υψηλές τιμές των αναλλοιώτων παραμέτρων του τανυστή παραμόρφωσης, οι οποίες παρουσιάζουν έντονες συσχετίσεις τόσο με την εκλυόμενη συνολική ενέργεια όσο και με τα υψόμετρα του γεωειδούς. Στην ίδια περιοχή έχει παρατηρηθεί έντονη σεισμική δραστηριότητα, έντονα μετασεισμικά φαινόμενα, ενώ έχουν βρεθεί και χαρακτηριστικά γεωλογικά και γεωδυναμικά φαινόμενα. Η περιοχή μπορεί να αξιολογηθεί καλύτερα στο μέλλον με την εγκατάσταση βαρυμετρικών δικτύων, δικτύων του δορυφορικού συστήματος εντοπισμού θέσης (GPS) και άλλων γεωδυναμικών δικτύων για την καταγραφή και ανάλυση γεωλογικών παρατηρήσεων, οι οποίες σε συνδυασμό με τα σημερινά ευρήματα θα συμβάλλουν στη μακράς κλίμακας πρόγνωση σεισμών και στην ερμηνεία πολλών γεωλογικών και γεωδυναμικών χαρακτηριστικών της περιοχής μελέτης.

Η μελέτη των δυναμικών ανωμαλιών που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής έγινε με μία διακριτική ικανότητα  $7.5' \times 7.5'$  που εκτιμάται ότι αποδίδουν πολύ ικανοποιητικά

τα γεωδυναμικά και γεωτεκτονικά χαρακτηριστικά της περιοχής μελέτης. Εκτιμάται ότι μελλοντικά η μελέτη των φαινομένων αυτών μπορεί να μελετηθεί αρτιότερα, εφόσον υπολογισθεί ένα γεωειδές μεγαλύτερης διακριτικής ικανότητας για την περιοχή μελέτης με συνδυασμό ανωμαλιών βαρύτητας, τοπογραφικών υψομέτρων και ενός γεωδυναμικού μοντέλου.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Η θεωρία προσδιορισμού των αναλοιώτων παραμέτρων του τανυστή παραμόρφωσης που βασίζεται στις αρχές της ελαστικής θεωρίας των παραμορφώσεων αποδεικνύεται στην παρούσα μελέτη ότι μπορεί να εφαρμοσθεί και σε γεωδαιτικές, γεωφυσικές και γεωλογικές εφαρμογές. Η διασταλτικότητα, η μέγιστη διατμητική τάση, η ενέργεια και άλλες παράμετροι του τανυστή παραμόρφωσης προκύπτουν μέσα από έναν αλγόριθμο, κύριο στοιχείο του οποίου είναι η απεικόνιση του γεωειδούς σε μία κανονική επιφάνεια. Απαραίτητο λοιπόν στοιχείο για το υπολογιστικό μέρος της θεωρίας που αναπτύχθηκε είναι ο υπολογισμός του γεωειδούς, που στη συγκεκριμένη περίπτωση πραγματοποιείται με τη βοήθεια ενός γεωδυναμικού μοντέλου.

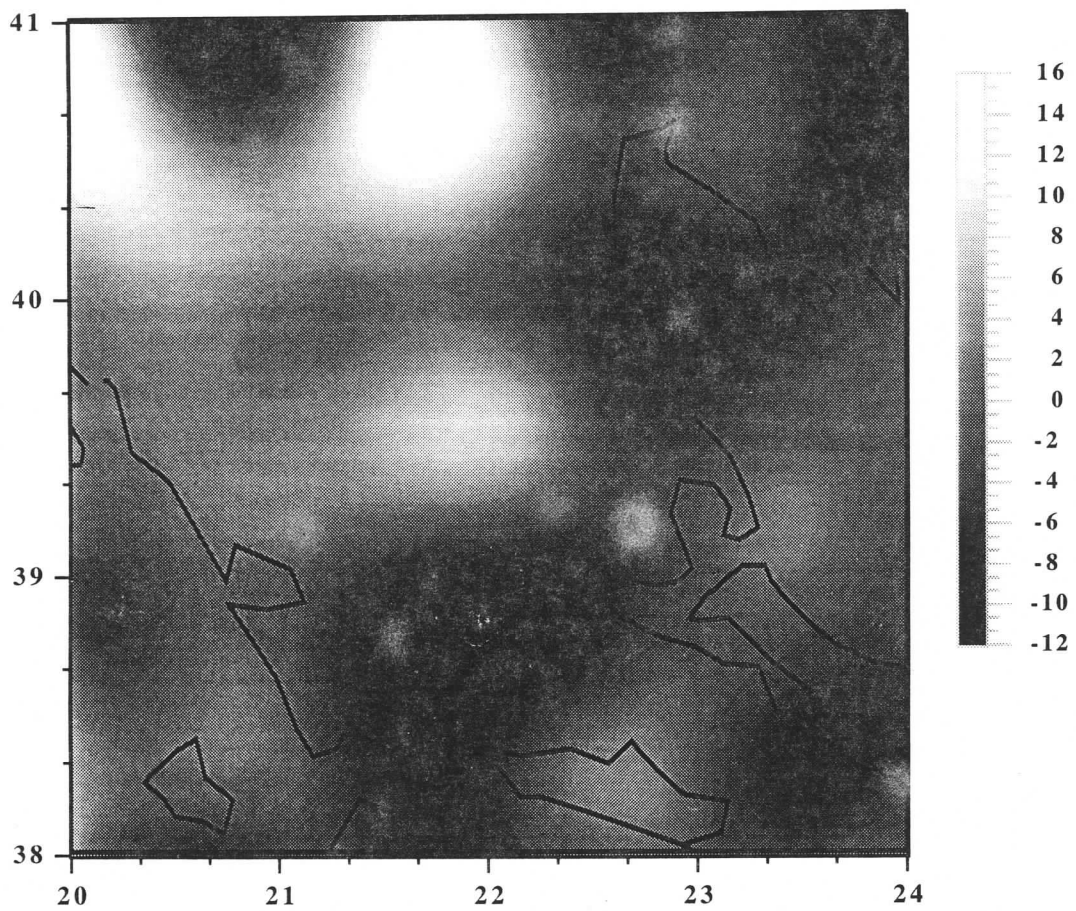
Από τη μελέτη των αναλοιώτων παραμέτρων του συντελεστή παραμόρφωσης παρατηρείται μία έντονη συγκέντρωση δυναμικών ανωμαλιών στη ζώνη από ΒΑ προς ΝΔ στην περιοχή μελέτης. Στην ίδια ζώνη οι δυναμικές ανωμαλίες παρουσιάζουν έντονη συσχέτιση με τα υψόμετρα του γεωειδούς και με σεισμικά και γεωλογικά στοιχεία. Πρέπει να αναφέρουμε ότι οι έντονες τιμές του ισοτροπικού μέρους της διατμητικής τάσης χαρακτηρίζουν περιοχές με έντονη "επέκταση", ενώ το ανισοτροπικό μέρος της διατμητικής τάσης χαρακτηρίζει περιοχές με έντονη "συμπιεστότητα".

Εκτιμάται ότι η περιοχή μελέτης μπορεί να αξιολογηθεί καλύτερα στο μέλλον με την εγκατάσταση βαρυτημετρικών δικτύων, δικτύων του δορυφορικού συστήματος εντοπισμού θέσης (GPS) και άλλων γεωδυναμικών δικτύων για την καταγραφή και ανάλυση γεωλογικών παρατηρήσεων, οι οποίες σε συνδυασμό με τα σημερινά ευρήματα θα συμβάλλουν στη μακράς διάρκειας πρόγνωση σεισμών και στην ερμηνεία πολλών γεωλογικών και γεωδυναμικών χαρακτηριστικών της περιοχής μελέτης. Πού χρήσιμος θα είναι επίσης για την περιοχή εφαρμογών ένας νέος υπολογισμός του γεωειδούς μεγαλύτερης διακριτικής ικανότητας συνδυάζοντας τοπικές ανωμαλίες βαρύτητας, τοπογραφικά υψόμετρα και χρησιμοποιώντας ως σύστημα αναφοράς το γεωδυναμικό μοντέλο OSU91A, το οποίο φαίνεται να προσεγγίζει πολύ ικανοποιητικά το πεδίο βαρύτητας στην περιοχή εφαρμογών. Η μεγάλης διακριτικής ικανότητας λύση για το γεωειδές θα οδηγήσει σε ακριβέστερο προσδιορισμό των δυναμικών ανωμαλιών και σε πληρέστερη ανάλυση των φαινομένων που αυτές ερμηνεύουν στην ευρύτερη περιοχή της Θεσσαλίας.

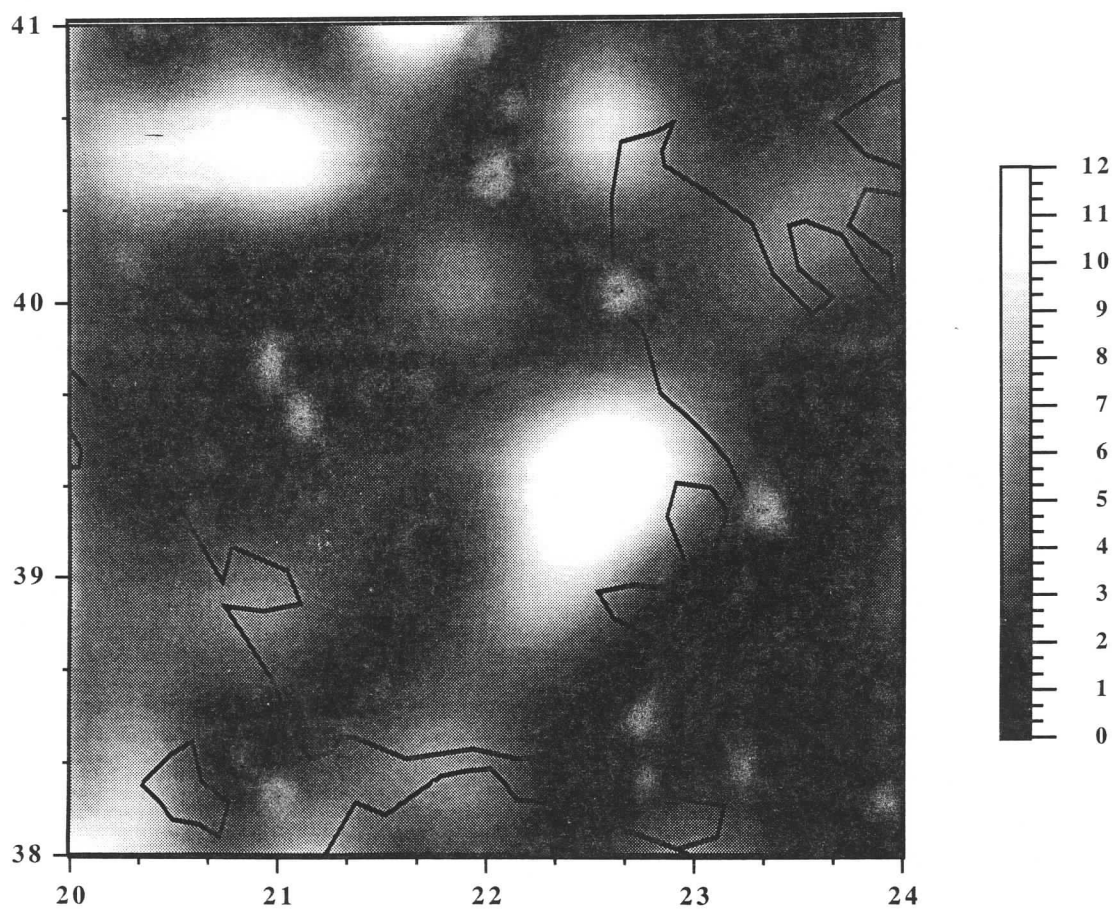
## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Amalvict, M. and E. Livieratos, 1988. Surface mapping of a rotational reference ellipsoid onto a triaxial counterpart through strain parameters. *Manuscripta geodaetica*, **13**, pp. 133-138.
- Bakker, G. 1985. The closed spatial polygon. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **44**, **1**, pp. 17-36.
- Bocchio, F. 1979. Isoparametric and isozenithal type representations of the actual gravity field of the earth. *Geophysical Journal of the R. astr. Soc.*, **57**, pp. 343-351.
- Bursa, M. 1973. Gaussian curvature of smoothed equipotential surfaces from satellite orbit dynamics. *Studia Geophysica et Geodaetica*, **17**, 1.
- Danas, K. and A. Dermanis, 1983. Numerical realization of isoparametric telluroid mapping. *Quaterniones Geodaeisae*, **4**, **2**, pp. 149-168.
- Dermanis, A. and E. Livieratos, 1983a. Applications of deformation analysis in geodesy and geodynamics. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, **21**, **1**, pp. 41-50.
- Dermanis, A. and E. Livieratos, 1983b. Dilatation, shear, rotation and energy analysis of map projections. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **42**, **1**, pp. 53-68.
- Dermanis, A., E. Livieratos and S. Pertsinidou, 1983. Deformation analysis of geoid to ellipsoid mapping. *Quaterniones Geodaeisae*, **4**, **3**, pp. 225-240.
- Dermanis, A. and E. Livieratos, 1984. Deformation analysis of isoparametric telluroid mappings, *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **43**, **4**, pp. 301-312.
- Filaretou, A., 1986. *Deformation analysis of geoid to ellipsoid mappings and numerical computation of the relevant parameters*. Diploma thesis, Dept. of Geodesy and Surveying, University of Thessaloniki (in Greek).
- Gadomska, B. and R. Teisseyre, 1984. Density anomalies, geoid shape and stresses. *Acta Geophysica Polonica*, **32**, No. 1, pp. 1-24.
- Grafarend, E., 1978. The definition of the telluroid. *Bulletin Geodesique*, **52**, pp. 25-37.
- GRD-IGC 1979. *Map of recent vertical crustal movements in the Carpatho-Balkan region*. Geocartographic Research Department, Institute of Geodesy and Cartography, Budapest.
- Heiskanen, W. and H. Moritz, 1967. *Physical Geodesy*. W. A. Freeman.
- IAG-CRCM, 1971. *Map of recent vertical crustal movements of Eastern Europe*. IAG Commission on Recent Crustal Movements, Sub-commission on map of Eastern Europe (J. A. Mescherikov, Ed.), Moscow.
- Livieratos, E. 1987. Differential geometry treatment of a gravity field feature: The strain interpretation of the global geoid. In: *Contributions to geodetic theory and methodology*. (K.-P. Schwarz, Ed.) XIX General Assembly of the IUGG, IAG Section IV, Vancouver August 9-22. The University of Calgary, Publ. No. 60006.
- Livieratos, E. 1991. Strain treatment of potential anomalies. In: *Proceedings of the Geodetic day in memory of Antonio Marussi*. Atti dei Convegni Lincei, **91**, (Eds. M. Caputo & F. Sanso), Accademia Nazionale dei Lincei, Rome.
- Livieratos E. and I.N. Tziavos, (1991). Correlation of strain representations of the potential anomalies with the geoid. In: *Determination of the geoid, present and future*, IAG Symp. 106, (Eds. R. Rapp and F. Sanso), Springer-Verlag, 374-381.
- Mantovani, E., D. Babbucci, M. Mucciarelli, D. Albarello, 1987. Africa Eurasia kinematics. In: *Wege-ner/Medlas project*, Proceedings (P. Baldi and S. Zerbini, Eds.), 1988, pp. 37-50
- Marussi, A. 1949. Fondaments de Geometrie differentielle absolue du champ potential terrestre. *Bulletin Geodesique*, **14**.
- Marussi, A., 1974. On the representation of the actual gravity field of the earth on the normal ellipsoidal field. *Geophysical journal of the R. astr. Soc.*, **37**, pp. 347-352.
- NASA, 1983. *The NASA geodynamics program: An overview*. Technical paper No. 2147.
- Papazachos B.C., P.M. Hatzidimitriou, G.F. Karakaisis, C.B. Papazachos and G.N. Tsokas, 1993. Rupture zones and active crustal deformation in southern Thhessalia, Central Greece. *Boll. di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol. XXXV, N. 139, 363-373.
- Rapp, R. H., 1981. *The earth's gravity field to degree and order 180 using Seasat altimeter data, terrestrial data, and other data*. Rep. 322, Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State Univ., Columbus.

- Runcorn, S. K., 1967. Flow in the mantle inferred from the low degree harmonics of the geopotential. *Geophysical journal of the R. astr. Soc.* **14**, pp. 375-384.
- Tscherning, C. C., 1976a. Determination of datum shift parameters using least squares collocation. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **35**, **2**, pp. 173-183.
- Tscherning, C. C., 1976b. *Covariance expressions for second and lower order derivatives of the anomalous potential*. Rep. **225**, Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State Univ., Columbus.
- Tscherning, C. C. and K. Poder, 1982. Some geodetic applications of Clenshaw summation. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **41**, **4**, pp. 349-375.
- Tscherning, C. C., R. H. Rapp and C. Goad, 1984. A comparison of methods for computing gravimetric quantities from high degree spherical harmonic expansions. *Manuscripta Geodaetica* , **8**, pp. 249-272 .
- Turcotte, D.L. and G. Schubert, 1982. *Applications of continuum physics to geological problems*. John Wiley & Sons.

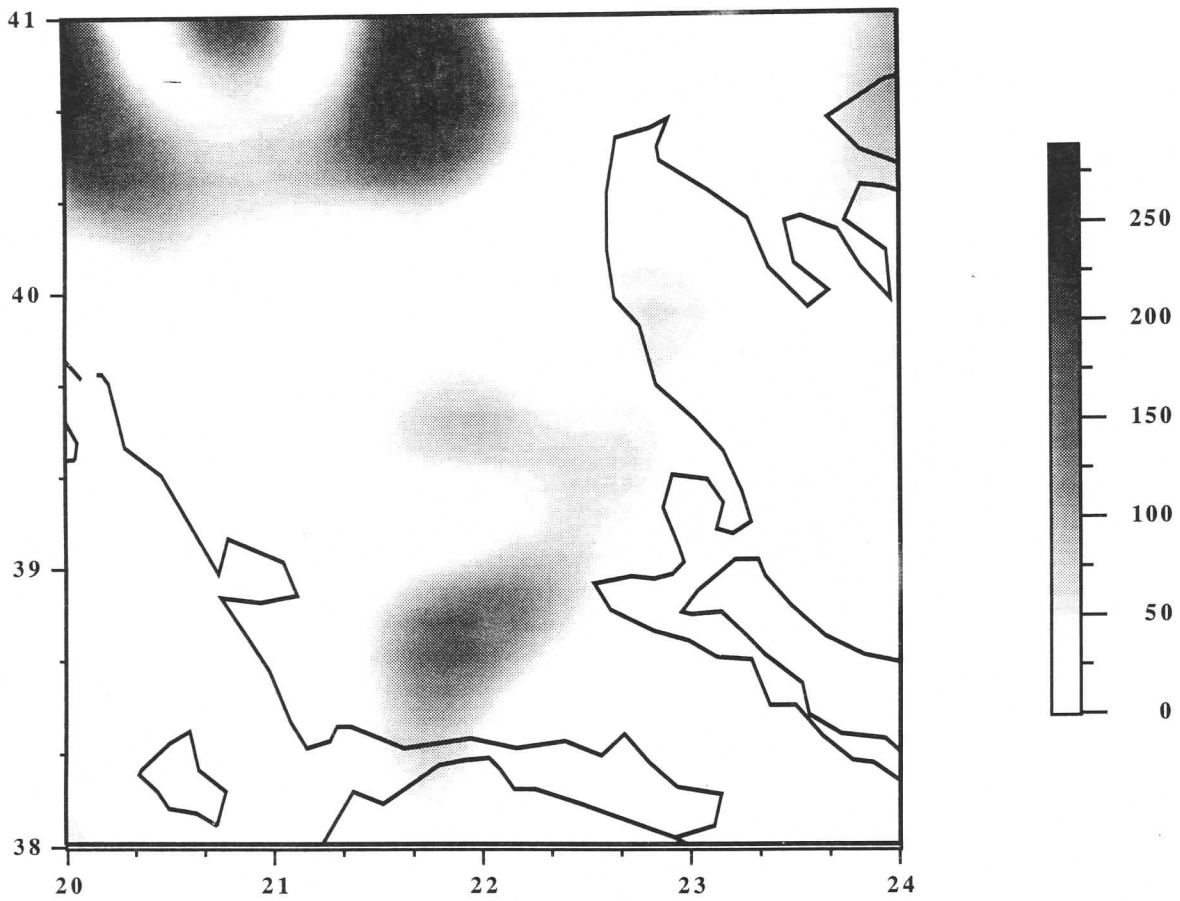


Σχ. 2 Η διασταλτικότητα. Οι τιμές είναι πολλαπλασιασμένες με  $10^3$

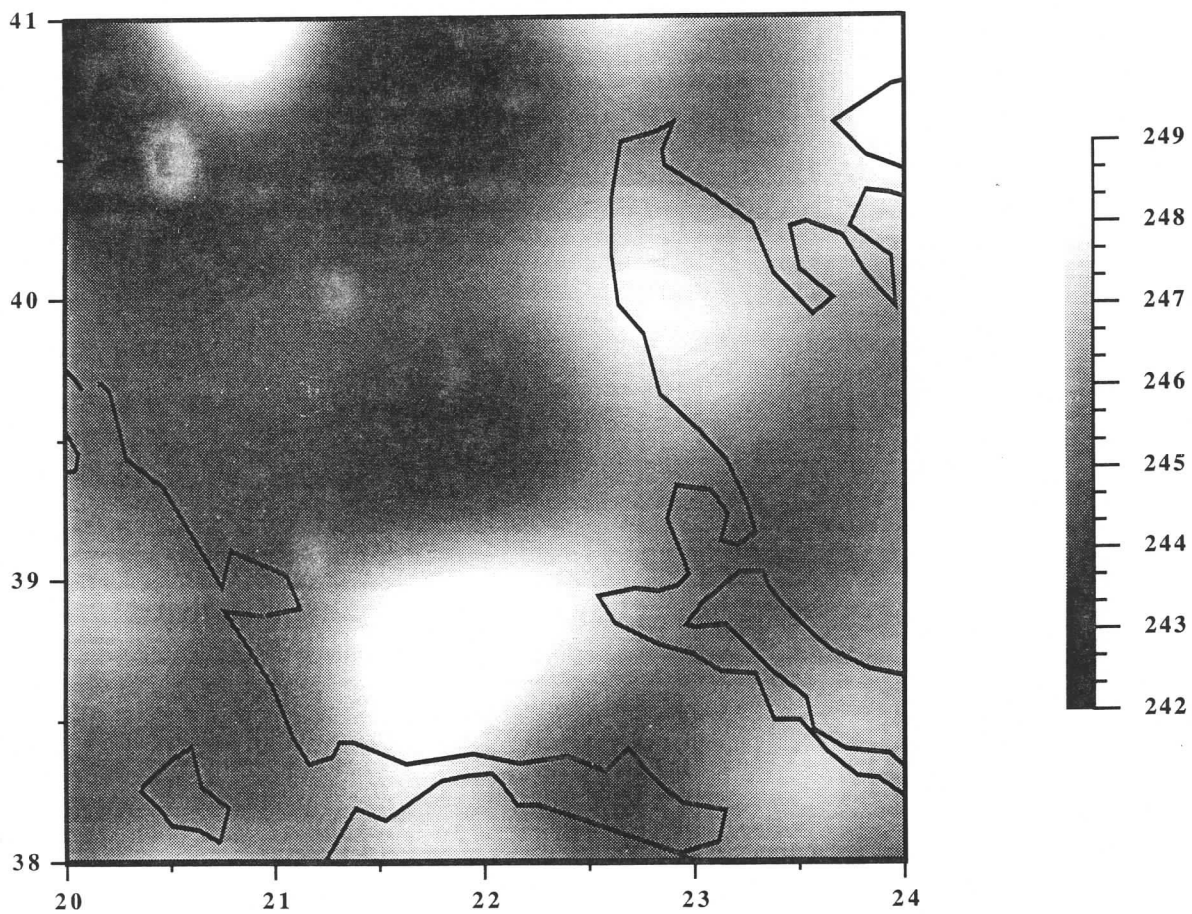


Σχ. 3. Η μέγιστη διατμητική παραμόρφωση. Οι τιμές είναι πολλαπλασιασμένες με  $10^3$ .

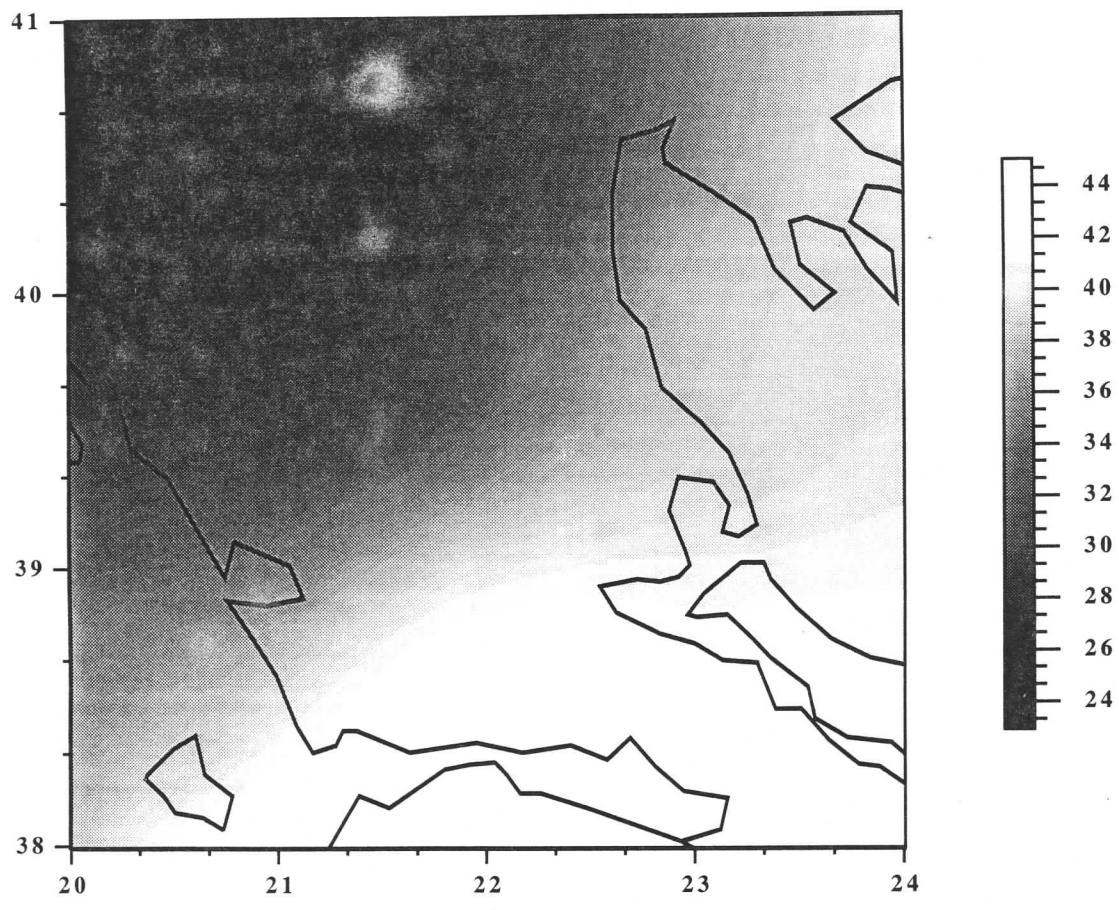




Σχ. 4. Η συνολικά παραγόμενη ενέργεια. Οι τιμές είναι πολλαπλασιασμένες με  $10^3$ .

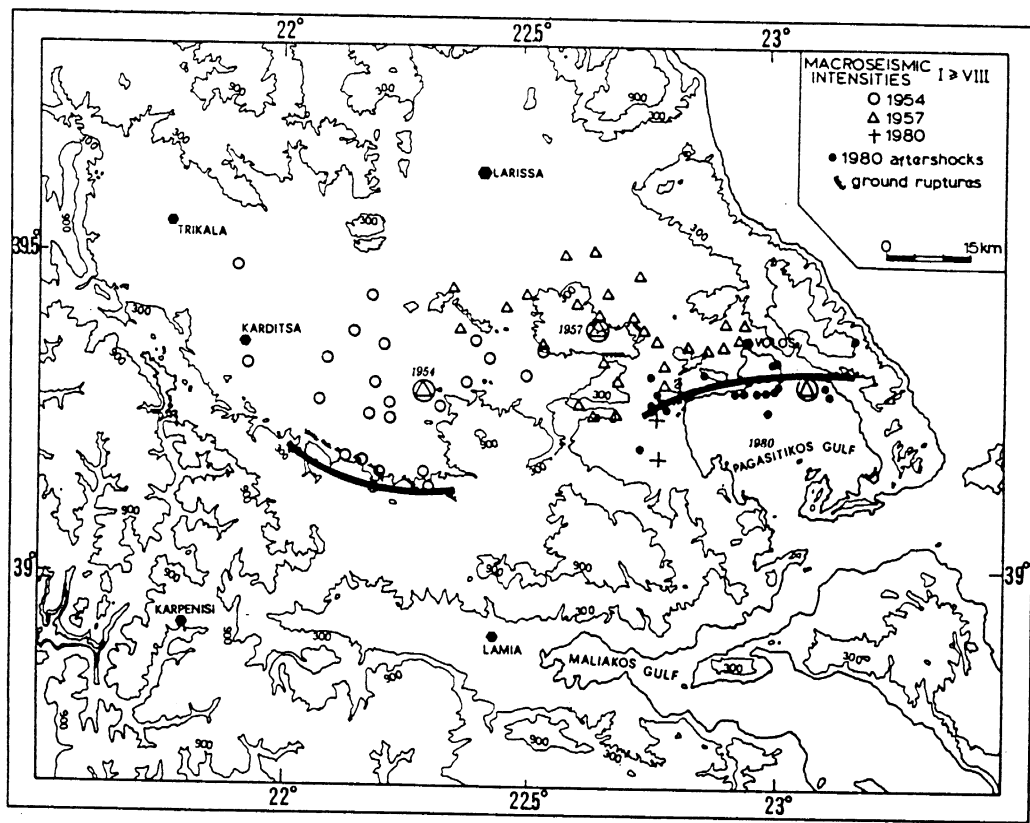


Σχ. 5 Οι τιμές της ακτίνας του Gauss, πολλαπλασιασμένες με  $10^3$ .



Σχ. 6. Το γεωειδές στην περιοχή μελέτης (σε μ.)





Σχ. 8 Μικροσεισμικά χαρακτηριστικά και ρήγματα στην περιοχή εφαρμογών. (Πηγή: Papazachos et al. 1993).

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

# CORRELATION OF STRAIN REPRESENTATIONS OF THE POTENTIAL ANOMALIES WITH THE GEOID

E. Livieratos and I.N. Tziavos  
Department of Geodesy and Surveying  
University of Thessaloniki  
540 06 Thessaloniki - GREECE

## ABSTRACT

Geoidal representation of the potential anomalies reflects the anomalous density distribution in the Earth's interior. An alternative representation of potential anomalies can be done in terms of strain analysis, by comparing the metric tensor of the potential surface bounding a model Earth, with constant internal density, with the metric tensor of the counterpart surface which bounds a model Earth with anomalous internal density distribution. Maps representing strain, induced by the potential anomalies, could be source for very helpful phenomenological information in studying the geodynamical behaviour of the Earth either in global or in regional scale. In this paper, the strain field decomposed into dilatational (isotropic strain) and maximum shear (anisotropic strain) part is compared with the geoidal representation of the potential anomalies. It is shown the high degree of correlation between the dilatational isotropic strain field and the geoid and the poor correlation between the maximum shear anisotropic field and the geoid in the short wavelengths which means that the geoidal representation of the anomalous potential is almost exclusively of dilatational isotropic character.

## INTRODUCTION

The study and analysis of potential anomalies, induced by the anomalous internal density distribution, is of main importance in modern geodesy for geodynamic interpretations and interaction with geophysics. In previous papers the alternative to the geoidal representation of the potential anomalies is treated, in terms of strain analysis (Livieratos, 1987; Livieratos, 1989; Dermanis et al., 1990) based on the theory developed in Dermanis and Livieratos (1983,1984), Dermanis et al. (1983) and on relevant numerical treatments (Filaretou, 1986). The strain representation of the potential anomalies can be done by comparing the metric tensor of the potential surface that bounds a model of constant internal density, with the metric tensor of the counterpart surface that bounds a model Earth with anomalous internal density distribution.

Since the strain representation of potential anomalies is conceived as an alternative to the traditional geoidal counterpart it is interesting to see the correlation of the two representations. Applying 2-D cross-correlation analysis we demonstrate that the geoid is highly related, in short wavelengths, to the dilatational strain induced by the anomalous potential. In other words, this means that the separation of the normal equipotential surface and the geoidal surface, in terms of the geoidal heights, it is mostly of isotropic character. On the other hand, the analysis shows a poor short wave correlation of the geoid with the

maximum shear strain representation of the potential anomalies which means that the geoid does not contain information on the anisotropic properties of the anomalous potential.

## NUMERICAL APPLICATIONS

The relevant numerical applications based on the strain formulae (Dermanis and Livieratos, 1984), for dilatation  $\Delta$  and maximum shear  $\gamma$  are:

$$\Delta = \frac{1}{2} k_G^{-2} \left[ (k_N^2 + t_E^2) N^{-2} + (k_E^2 + t_E^2) M^{-2} - 2 k_G^2 \right] \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} k_G^{-2} \left\{ [(k_N^2 + t_E^2) N^{-2} - (k_E^2 + t_E^2) M^{-2}]^2 + [(k_E + k_N) t_E M^{-1} N^{-1}]^2 \right\}^{1/2} \quad (2)$$

where  $k_G = k_E k_N - t_E^2$  is the Gauss curvature,  $N$ ,  $M$  the radii of curvature of the meridian and its prime normal respectively, at  $\lambda = \Lambda$ ,  $\phi = \Phi$ , ( $\lambda$ ,  $\phi$  and  $\Lambda$ ,  $\Phi$  the normal and astronomical longitude and latitude respectively), and  $k_E = g^{-1} (\partial^2 W / \partial E^2)$ ,  $k_N = g^{-1} (\partial^2 W / \partial N^2)$ ,  $t_E = g^{-1} [\partial^2 W / (\partial E \partial N)]$  where  $g$  is the gravity at the points  $\Lambda$ ,  $\Phi$ . The second derivatives of  $W$  with respect to the astronomic East and North directions are simply the gravity gradients of the surface  $-W_0$  to the East and North directions which correspond to the curvatures and torsion of the actual equipotential surface at  $\Lambda$ ,  $\Phi$ .

Regarding the computational algorithm and using (a) a global spherical harmonics expansion for the disturbing potential complete either to degree 180 or 360 and (b) recursive relations and the Clenshaw summations (see, e.g., Tscherning and Pöder, 1982), the first and second order derivatives of the potential (or the disturbing potential) are computed.

The comparison of the geoidal representations derived from global geopotential expansions complete to degree and order 180 (Rapp, 1981) and 360 (Rapp and Cruz, 1986) versus the strain (dilatation and shear) counterparts is carried out using a 2-D classical cross-correlation analysis.

The 2-D cross-correlation analysis concerning the  $h(x,y)$  and  $g(x,y)$  fields is based on the discrete formulation

$$R_{hg}(k,l) = E \{ h(i,j) g(k+i, l+j) \} = \lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i,j) g(k+i, l+j) \quad (3)$$

where  $i$ ,  $j$  are the wavenumbers on a grid of  $x$  and  $y$  coordinates. The quantities  $k$ ,  $l$  lie between the  $\pm$  values of a properly chosen lag, usually 20% of the dimensions of the  $h(x,y)$ ,  $g(x,y)$  matrices.  $E\{\cdot\}$  denotes the expected value. If the functions  $h$  and  $g$  are the same,  $R_{hg}$  is called the auto-correlation function. Otherwise,  $R_{hg}$  is called cross-correlation function.

Another useful function is the correlation coefficient function  $\rho_{hg}$  defined as



$$\rho_{hg}(k,l) = \frac{C_{hg}(k,l)}{[C_{hh}(0,0) C_{gg}(0,0)]^{1/2}} = \frac{C_{hg}(k,l)}{\sigma_h \sigma_g} \quad (4)$$

where  $C_{hg}$  is the covariance function of the two functions  $h$  and  $g$  and  $\sigma_h$ ,  $\sigma_g$  the standard deviation of each function  $h$  and  $g$  correspondingly.

When  $h$  and  $g$  have centered values it is valid

$$C_{hg}(k,l) = R_{hg}(k,l) - \mu_h \mu_g \quad (5)$$

where  $\mu_h$ ,  $\mu_g$  are the mean values of  $h$  and  $g$  respectively. Then the equation (2) takes the form:

$$\rho_{hg}(k,l) = \frac{R_{hg}(k,l) - \mu_h \mu_g}{\sigma_h \sigma_g} \quad (6)$$

## RESULTS AND DISCUSSION

The cross-correlation analysis has been applied on one hand to geoidal heights and dilatation values and on the other hand to geoidal heights and maximum shear values for an area of major geotectonic interest (Fig. 1, compiled from Mantovani et al., 1987).

Two geoidal fields have been computed: the first one on a  $1^\circ \times 1^\circ$  grid using the OSU 180x180 geopotential solution complete to degree and order 180 (Rapp, 1981) and the second one on a  $0.05^\circ \times 0.05^\circ$  grid using the OSU 360x360 spherical harmonics expansion complete to degree and order 360 (Rapp and Cruz, 1986). In the first case a number of 1500 gridded geoidal heights has been derived  $1^\circ$  apart in latitude and longitude and in the second case a number of 6000 gridded geoidal heights has been computed  $0.05^\circ$  apart in latitude and longitude for our test area presenting an extension  $30^\circ \times 50^\circ$  ( $20^\circ \leq \phi \leq 50^\circ$ ,  $10^\circ \leq \lambda \leq 60^\circ$ ). Using the algorithm mentioned in the introduction two dilatational fields and two strain shear fields on a  $1^\circ \times 1^\circ$  and  $0.05^\circ \times 0.05^\circ$  grid have been computed respectively. All the above fields have been slightly smoothed by subtracting a mean level from the original values and consequently the geoid, dilatation and shear matrices can be considered including centered values.

The results from the cross-correlation analysis are illustrated in Figs. 2,3,4,5. In all cases the value of the chosen lag is 20% of the dimensions of the corresponding matrices.

In Figs. 2 and 3 the cross-correlation results between the dilatational field and the 180x180 and the 360x360 geoids are presented. In both cases, maximum cross-correlation (negative) at the level 80% - 100% is concentrated in a 90 km area around the center. The dominant correlation pattern is directed in the SE - NW, in which direction the main transcurrent fault systems and compressional trenches are also extended. The correlation analysis concerning the dilatational strain and the geoid shows that there is a significant short wavelength agreement between the two fields. This means that the geoidal representation of potential anomalies is of isotropic character.

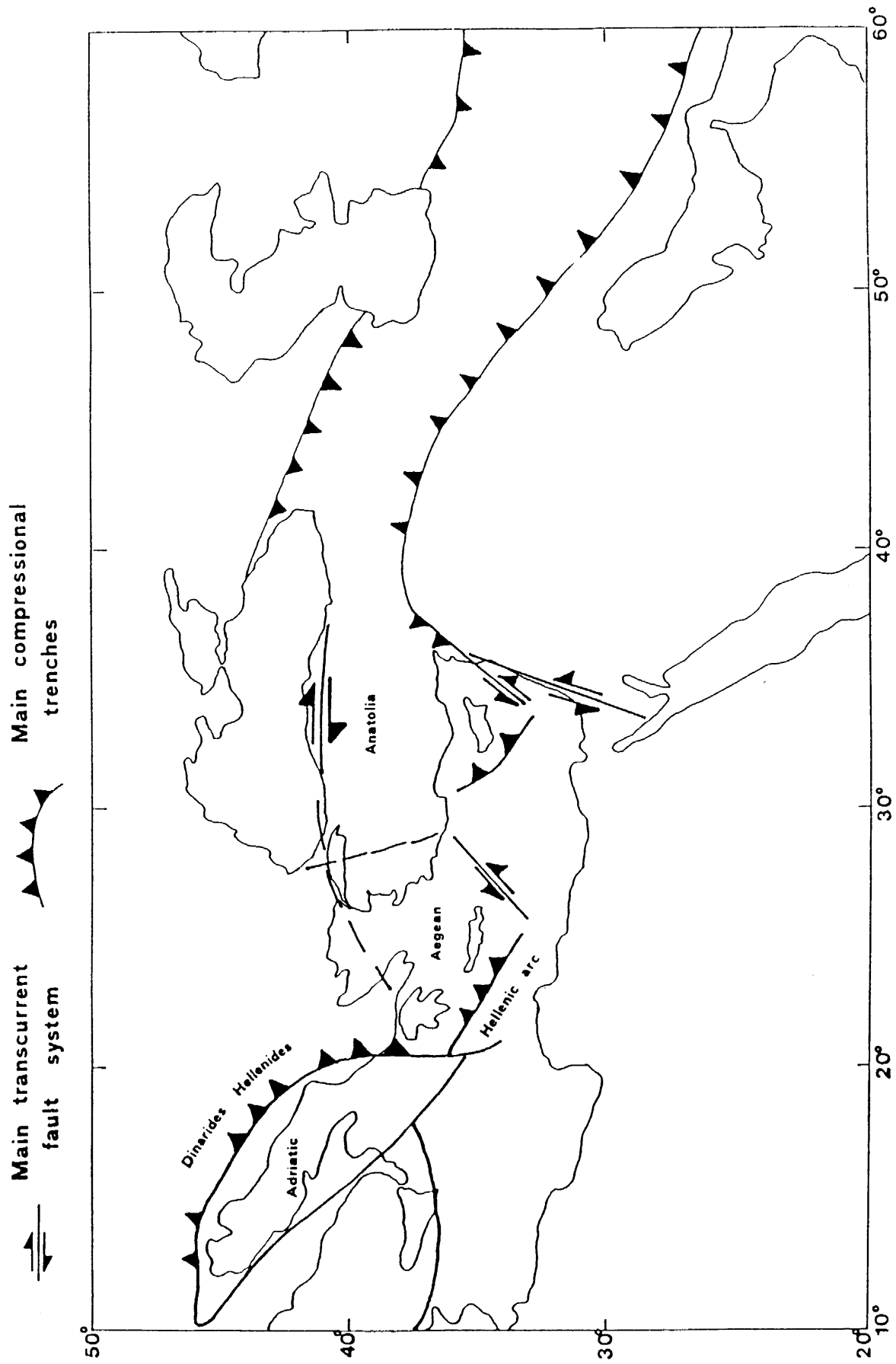


Fig. 1. Major geotectonic features.

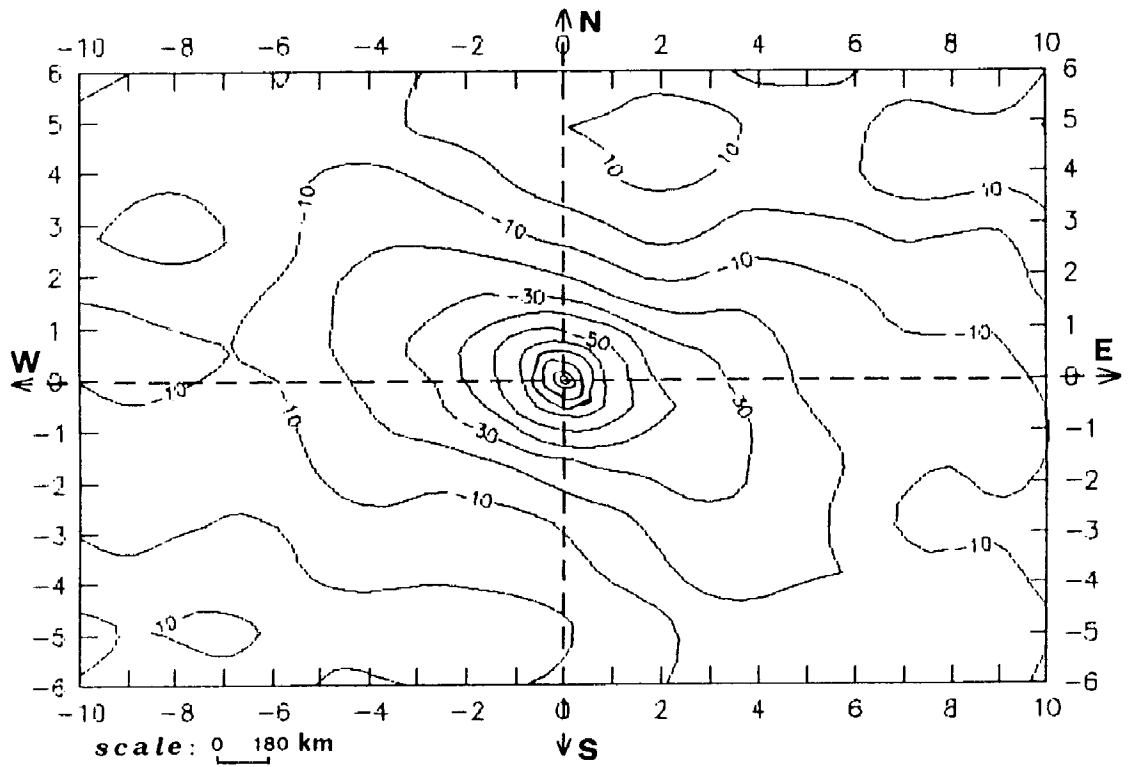


Fig. 2. Cross-correlation between geoid (OSU 180x180) and dilatation.

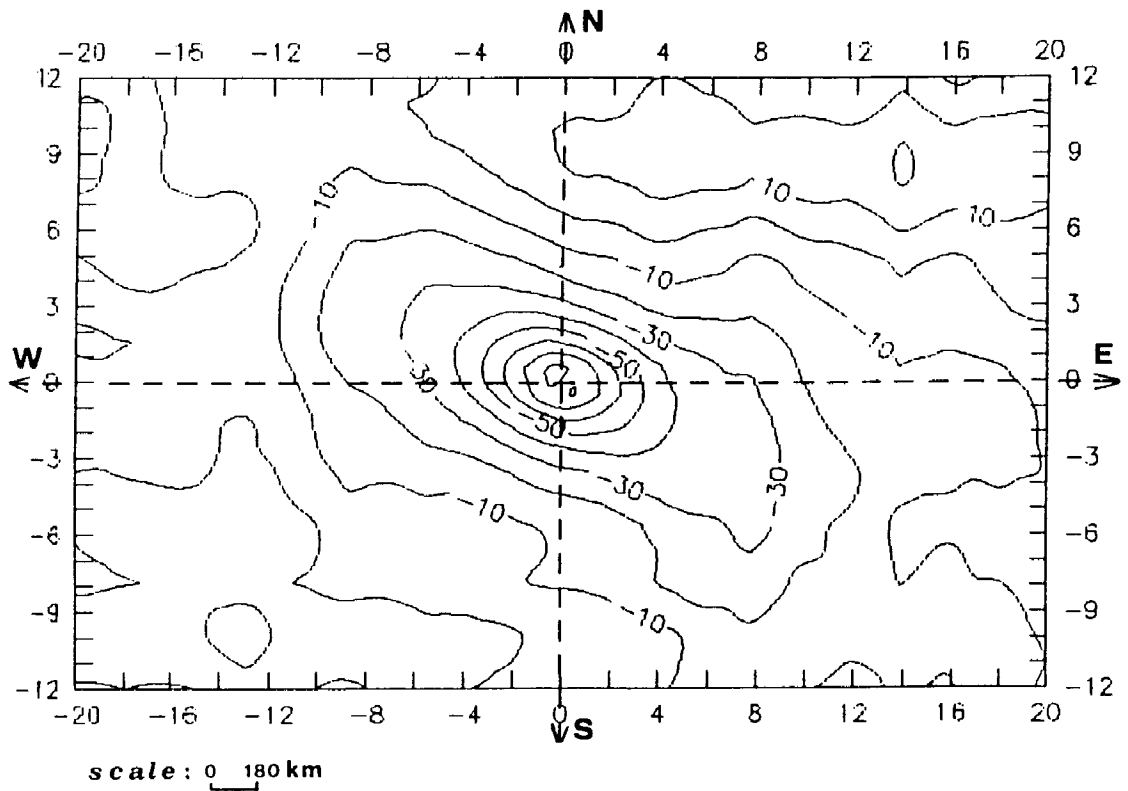


Fig. 3. Cross-correlation between geoid (OSU 360x360) and dilatation.

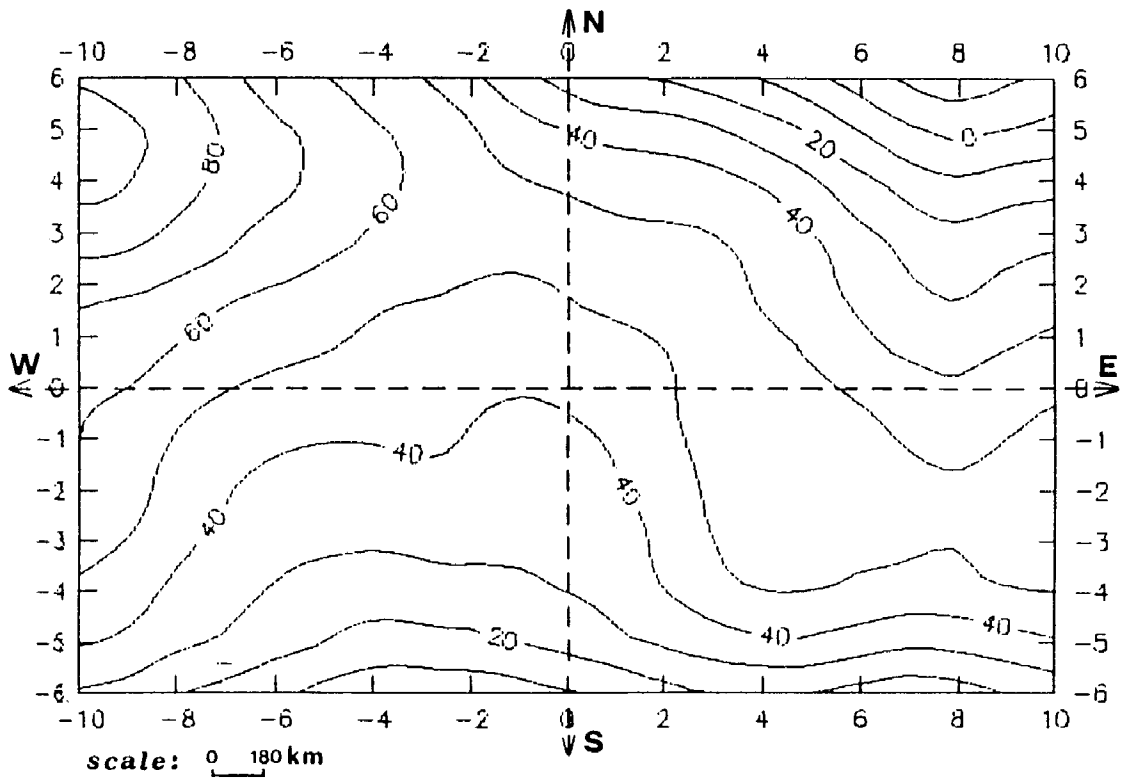


Fig. 4. Cross-correlation between geoid (OSU 180x180) and shear.

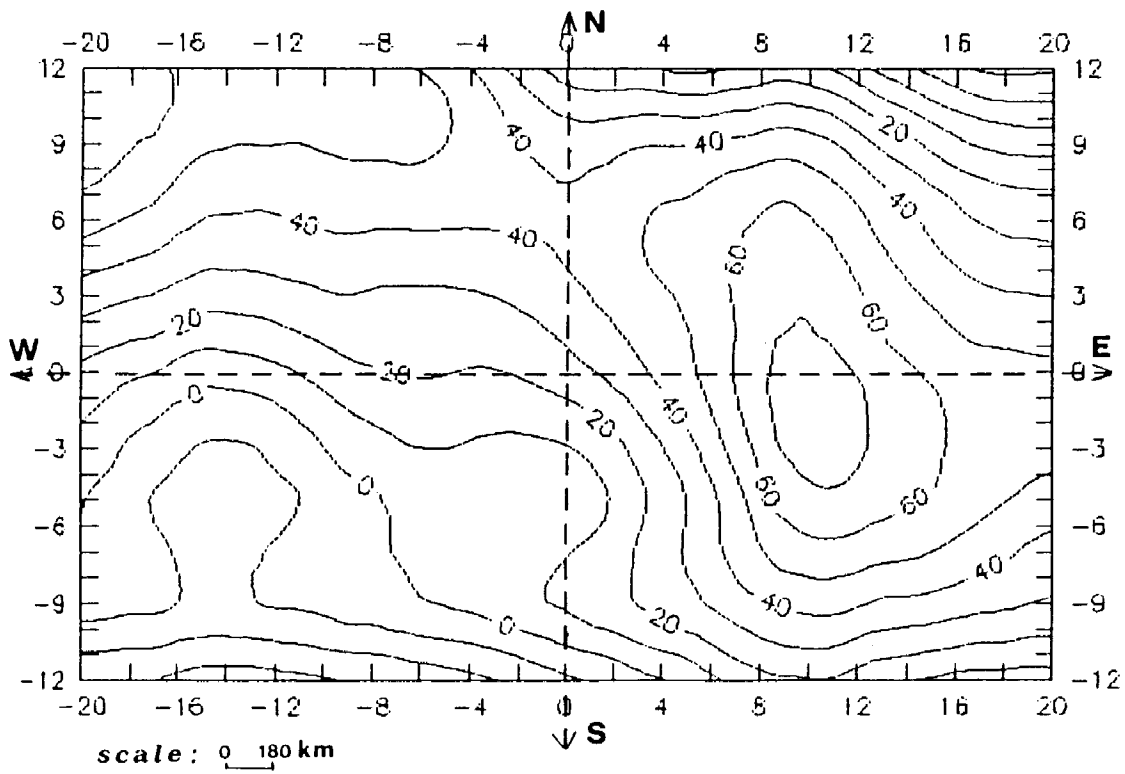


Fig. 5. Cross-correlation between geoid (OSU 360x360) and shear.

The results from the cross-correlation analysis between the maximum shear strain (anisotropic) representations and the 180x180 and 360x360 geoidal fields are illustrated in Figs. 4 and 5. In both cases, maximum cross-correlation (positive) at the level of 85% - 90% is concentrated at the edges in 2000 km distant areas from the center, in the same direction as above. In short wavelengths (0 km - 800 km) there is no significant relation between the maximum shear representation and the geoid. This means that the shear strain component contains additional information than the geoid and needs further investigation taking into account other proper geophysical and geotectonic parameters.

According to the above discussion it is remarkable to note that the use of geopotential models presenting different resolution leads to detect probable changes in correlation between the different potential fields with respect to the wavelength. Using the higher resolution geopotential model OSU 360x360 complete to degree and order 360 a substantial decrease of the correlation between shear and geoid is observed, while the geoid-dilatation correlation remains unchanged.

## CONCLUSIONS

From the present analysis it is shown that the geoidal representations correspond to the dilatational strain counterparts, thus, they could be interpreted as demonstrating the isotropic characteristics of the potential anomalies. The maximum shear representation of the potential anomalies showing the anisotropic characteristics of the anomalous field is not correlated with the geoid at least in the short wavelengths.

The results of this study must be considered as preliminary of a numerical elaboration of strain analysis applied to the potential anomalies as far as the geophysical implications are concerned. All these are findings which should be carefully investigated in combination with geophysical and geodynamical evidences for a better understanding of the role of the potential anomalies in studying Earth physics.

## REFERENCES

- Dermanis, A., Livieratos, E. and Pertsinidou, S. (1983). Deformation analysis of geoid to ellipsoid mapping. *Quaterniones Geodesiae*, **4**, 225-240.
- Dermanis, A. and Livieratos, E. (1983). Applications of deformation analysis in geodesy and geodynamics, *Reviews of Geophysics and Space Physics* **21**, 41-50.
- Dermanis, A. and Livieratos, E. (1984). Deformation analysis of isoparametric telluroid mappings. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **43**, 301-312.
- Dermanis, A., Filaretou, A., Livieratos, E. and Tziavos I. N. (1990). Strain representation of the potential anomalies in the Eastern Mediterranean. Submitted for publication in *Geophysical Journal Int.*
- Filaretou, A. (1986). Deformation analysis of geoid to ellipsoid mappings and numerical computation of the relevant parameters, Diploma Thesis, Dept. of Geodesy and Surveying, University of Thessaloniki (in Greek).
- Livieratos, E. (1987). Differential geometry treatment of a gravity field feature: The strain interpretation of the global geoid. In: *Contributions to geodetic theory and methodology*, K.-P. Schwarz (ed.), XIX General Assembly of the IUGG, IAG Section IV, Vancouver August 9-22, 1987. The University of Calgary, Publ.

No. 60006.

- Livieratos, E. (1989). Strain treatments of potential anomalies. Presented in the *Geodetic Day in memory of Antonio Marussi*, Academia Nazionale dei Lincei, Rome 9, October 1989.
- Mantovani, E., Babbucci, D., Mucciarelli, M. and Albarello, D. (1987). Africa Eurasia kinematics. In: *Wegener / Medlas project*, Proceedings, P. Baldi and S. Zerbini, (Eds.), 1988, pp. 37-50.
- Rapp, R.H. (1981). The earth's gravity field to degree and order 180 using Seasat altimeter data, terrestrial data, and other data, *Dept. of Geod. Sci. Rep. 322*, Ohio State Univ., Columbus.
- Rapp, R.H. and Cruz, J.Y. (1986). Spherical harmonic expansions of the earth's gravitational potential to degree 360 using 30' mean anomalies, *Dept. of Geod. Sci. Rep. 376*, Ohio State Univ., Columbus.
- Tscherning, C.C. and K. Poder (1982). Some geodetic applications of Clenshaw summation, *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **41**, 349-375.